ניסוחים מוזרים

1. במשולש ABC מתקיים $\angle C = \angle A + 90°$. על הישר BC נבחרה נקודה D כך ש- $AC = AD$. נקודה E נבחרה כך ש- A, E מצדדים שונים של BC ומתקיים $\angle EDC = \frac{1}{2}\angle A,\ \angle EBC = \angle A$. הוכיחו כי $\angle CED = \angle ABC$.

2. נתון משולש ABC עם $AB = AC$, בו אמצע הצלע BC מסומנת ב-M. על המקביל מ-A ל-BC נבחרה נקודה P. על המשך PB מעבר ל-B ועל המשך PC מעבר ל-C נבחרו נקודות X ו-Y בהתאמה כך ש- $\angle PXM = \angle MYP$. הוכיחו כי המרובע $APXY$ חסום במעגל.

3. נתונה מקבילית $ABCD$. על הצלע CD נבחרה נקודה E המקיימת $2\angle AEB = \angle ACB + \angle ADB$. על הצלע BC נבחרה נקודה F המקיימת $2\angle DFA = \angle DBA + \angle DCA$. נסמן ב-$O$ את מרכז המעגל ABD. הוכיחו כי $OE = OF$.

4. בתוך מרובע חסום במעגל $ABCD$ נבחרו נקודות P, Q כך שמתקיים: $\angle PDC + \angle PCB = \angle PAB + \angle PBC = \angle QCD + \angle QDA = \angle QBA + QAD = 90°$. הוכיחו כי הישר PQ יוצר זוויות שוות עם הישרים AD, BC.

5. נתון מרובע $ABCD$ חסום במעגל. נקודות P, Q, R, S נבחרו על הצלעות AB, BC, CD, DA בהתאמה כך שמתקיים: $\angle PDA = \angle PCB,\ \ \angle QAB = \angle QDC,\ \ \angle RBC = \angle RAD,\ \ \angle SCD = \angle SBA$. נסמן ב-$X$ את החיתוך של AQ, BS וב-Y את החיתוך של DQ, CS. הוכיחו כי $PR||XY$.

6. נתון משולש ABC בעל זווית A קהה. חוצה הזווית החיצוני של BAC חותך את הגבהים מ-B ומ-C בנקודות E ו-F בהתאמה. נתונות נקודות M, N על הקטעים EC, FB בהתאמה כך ש- $\angle EMA = \angle BCA$ וגם $\angle ANF = \angle ABC$. הוכיחו כי E, F, M, N על מעגל אחד.

7. נתון מרובע $ABCD$ חסום במעגל. האלכסונים AC, BD נחתכים ב-P. X היא אמצע הקשת BC שלא מכילה את A. על הקרנות AX, DX נבחרו נקודות Y, Z כך שמתקיים $2\angle DZP = \angle PXC,\ 2\angle AYB = \angle BXP$. הוכיחו כי $YZ||AD$.

8. בתוך מרובע $ABCD$ נבחרה נקודה P כך ש- $\angle PDA = \angle PAC,\ \ \angle PCA = \angle PAD,\ \ \angle BPC = 2\angle BAC$. הוכיחו כי $\angle PBD = |\angle BCA - \angle PCA|$.

9. במרובע $ABCD$ נסמן את החיתוך של AD, BC ב-P. מרכזי במעגלים החסומים במשולשים PAB, PCD יסומנו I_1, I_2 בהתאמה. מרכז המעגל החוסם של PAB יסומן ב-O, ומפגש הגבהים ב-PCD יסומן ב-H. הוכיחו כי המעגלים ABO, CDI_2 משיקים אם ורק אם המעגלים ABI_1, CDH משיקים.

10. נתון מרובע $ABCD$ שחוסם מעגל, בעל אלכסונים לא מאונכים. חוצי הזווית בין האלכסונים חותכים את הקטעים AB, BC, CD, DA בנקודות K, L, M, N. בהנחה ש-$KLMN$ חסום במעגל, הוכיחו כי $ABCD$ חסום במעגל.