מונז'

1. נתונים שני מעגלים Ω_1, Ω_2. מעגל ω משיק ל-Ω_1, Ω_2 בנקודות P_1, P_2. הוכיחו כי הישר P_1P_2 עובר בנקודה קבועה שלא תלויה בבחירה של ω.

2. יהי משולש ABC ונקודה D על הצלע BC. המעגלים החסומים במשולשים ABD, ACD יסומנו ω_1, ω_2 בהתאמה והמעגלים החסומים מבחוץ באותם המשולשים מול הצלע BC יסומנו Ω_1, Ω_2 בהתאמה. הוכיחו כי המשיק החיצוני המשותף של ω_1, ω_2 והמשיק החיצוני המשותף של Ω_1, Ω_2 נפגשים על BC.

3. נתון מרובע קמור $ABCD$. המשכי הצלעות AB, CD נפגשים ב-E והמשכי הצלעות AD, BC נפגשים ב-F. דרך E ודרך F הועברו שני ישרים כך שארבעת הישרים מחלקים את המרובע $ABCD$ לתשעה מרובעים קטנים. הוכיחו כי אם המרובעים הקטנים שצמודים לקודקודים B, C, D חסומים מעגלים אז גם המרובע הקטן שצמוד לקודקוד A חוסם מעגל.

4. משולש ABC חסום במעגל Ω. יהי ω_A מעגל המשיק לצלעות AB, AC ול-Ω בנקודה X. באופן דומה נדגיר את ω_B, ω_C ואת נקודות ההשקה שלהם עם Ω ב-Y, Z בהתאמה. הוכיחו כי AX, BY, CZ נפגשים בנקודה.

5. יהי משולש ABC ומעגל Ω שנמצא בתוך המשולש ולא נוגע בצלעות המשולש. המעגל ω_A משיק לצלעות AB, AC ובאופן חיצוני משיק למעגל Ω בנקודה A' כך שהקטע AA' חותך את Ω רק בנקודה A'. באופן דומה נגדיר את המעגלים ω_B, ω_C שמשיקים ל-Ω בנקודות B', C'. הוכיחו כי AA', BB', CC' נפגשים בנקודה.

6. מרובע $ABCD$ חוסם מעגל. הוכיחו כי מרכז המעגל החסום במשולש ABC, מרכז המעגל החסום מבחוץ במשולש ADC מחוץ ל-D ומפגש האלכסונים במרובע נמצאים על ישר אחד.

7. יהי משולש ABC ומעגלים $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ המשיקים לצלעות המשולש באופן הבא: ω_A משיק לצלעות AB, AC, ω_B לצלעות BA, BC, ω_C לצלעות CA, CB. בנוסף $\omega_A, \omega_B, \omega_C$ משיקים זה לזה באופן חיצוני בנקודות X, Y, Z. הוכיחו כי AX, BY, CZ נפגשים בנקודה.

8. BE, CF הם חוצי הזוויות במשולש ABC, I הוא מפגש חוצי הזוויות. נסמן את מרכזי המעגלים החסומים במשולשים BIF, CIE ב-K, L בהאתמה. הראו כי AI חוצה את $\angle KAL$.

9. מרכז המעגל החסום במשולש ABC יסומן I. תהי D נקודה על הצלע BC. נסמן ב-ω_B, ω_C את המעגלים החסומים במשולשים ABD, ACD בהתאמה. ω_B, ω_C משיקים לצלע BC בנקודות E, F בהתאמה. ישר המרכזים של ω_B, ω_C נחתך עם AD בנקודה P. הישרים CP, BI נפגשים בנקודה X והישרים BP, CI נפגשים בנקודה Y. הראו כי EX, FY נחתים על המעגל החסום ב-ABC.

10. מעגל ω חסום במשולש ABC. נסמן ב-ω' את השיקוף של ω ביחס לקודקוד A. תהי A' נקודה כך שהקטעים $A'B$ ו-$A'C$ משיקים ל-ω'. נסמן ב-D את נקודת ההשקה של ω עם BC וב-M את אמצע BC. הוכיחו כי AM חוצה את $A'D$.