19.10.2025

1. יהי a, b, c ו- d מספרים לא שליליים ו- $a^2+b^2+c^2+d^2=4$.
הוכיחו כי: $a^2bc+b^2cd+c^2da+d^2ab \le 2+2abcd$.

2. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים. הוכיחו כי:
$\sqrt{4a^2+bc}+\sqrt{4b^2+ac}+\sqrt{4c^2+ab} \le \sqrt{10(a^2+b^2+c^2)+5(ab+ac+bc)}$

3. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים ו- $abc=1$.
הוכיחו כי: $\frac{1}{a(a+b)}+\frac{1}{b(b+c)}+\frac{1}{c(c+a)} \ge \frac{a+b+c}{ab+ac+bc-1}$.

4. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים ו- $a+b+c=2(ab+ac+bc)$.
הוכיחו כי: $\sqrt{\frac{1}{ab}+\frac{1}{ac}+1}+\sqrt{\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+1}+\sqrt{\frac{1}{ac}+\frac{1}{bc}+1} \ge 9$.

5. יהי a, b ו- c מספרים לא שליליים ו- $a+b+c=2$. הוכיחו כי:
$\sqrt{3a^3+b+c}+\sqrt{3b^3+c+a}+\sqrt{3c^3+a+b} \le \sqrt{15(a^2+b^2+c^2)}$.

6. יהי a, b ו- c מספרים חיוביים ו- $a+b+c=3$.
הוכיחו כי: $\frac{1}{\left(1+\sqrt{\frac{a}{bc}}\right)^2}+\frac{1}{\left(1+\sqrt{\frac{b}{ac}}\right)^2}+\frac{1}{\left(1+\sqrt{\frac{c}{ab}}\right)^2} \ge \frac{3}{4}$.