תרגיל גיאומטרי

1. במשולש ABC חיתוך חוצה זווית חיצוני של ∠BAC עם BC יסומן ב-K. אמצע הקשת $\widehat{AC}$ יסומן M. תהי N נקודה על חוצה הזווית של ∠ACB כך ש- AN||BM. הראו כי M, N, K נמצאות על ישר אחד.

2. טרפז ABCD חסום במעגל Ω. המשכי הצלעות AD ו-BC נחתכים ב-E. יהי M אמצע CD. הישר AM נחתך שנית עם Ω בנקודה F. על AB נבחרה נקודה G כך ש-$\angle BCG = 90°$. הראו כי AEFG חסום במעגל.

3. משולש ABC חסום במעגל Γ. חוצה הזווית של ∠BAC נחתך שנית עם Γ בנקודה S. על AS נבחרה נקודה K כך ש-$AC \perp KC$. המעגל עם מרכז ב-S שעובר ב-K חותך את הקשת הקצרה $\widehat{AS}$ ב-D. הראו כי המרובע ABDC חוסם מעגל.

4. מעגלים ω_1 ו-ω_2 נחתכים בנקודות A ו-B. מרכזי המעגלים יסומנו O_1 ו-O_2 בהתאמה. המשיק ל-ω_1 ב-A חותך שנית את ω_2 ב-V, והמשיק ל-ω_2 ב-A חותך שנית את ω_1 ב-U. הישר UB נחתך עם AO_2 ב-Y, והישר VB נחתך עם AO_1 ב-X. הראו כי A, אמצע UV ואמצע XY נמצאות על ישר אחד.

5. יהי ABC משולש בו $\angle ACB = 90°$. יהי H עקב הגובה מ-C. מרכז המעגל החסום הוא I, ונקודות ההשקה שלו עם BC, AC, AB הן D, E, F, בהתאמה. השיקופים של C ביחס ל-EF, DF יסומנו C_1, C_2, בהתאמה. השיקופים של H ביחס ל-EF, DF יסומנו H_1, H_2 בהתאמה. הראו כי מעגלים C_1DI, C_2EI, H_1H_2F נחתכים בנקודה אחת.

6. מרובע ABCD חסום במעגל Γ. הישרים AC ו-BD נחתכים ב-E. יהי מעגל α שמשיק לקטעים AE, DE ולמעגל Γ מבפנים. בנוסף, יהי מעגל β שמשיק לקטעים BE, CE ולמעגל Γ מבפנים. יהיו N, S אמצעי הקשתות $\widehat{AB}, \widehat{CD}$, בהתאמה. הראו שהישר NS הוא הציר הרדיקלי של α ו-β.

7. יהי ABC משולש בו $\angle ACB = 90°$. נסמן ב-I את מרכז המעגל החסום במשולש. תהי M אמצע הצלע AB. נתונה נקודה P כך ש-$PI||AB$ ו-PC משיק למעגל החוסם של ABC. נסמן ב-H את מפגש הגבהים במשולש PAB. הראו כי CH ו-PM נחתכים על המעגל החסום במשולש ABC.

8. יהי טרפז ABCD $(AB||CD)$ החסום במעגל Ω. המשיק ל-Ω ב-A חותך את הישר BD בנקודה E. המעגל EAC נחתך שנית עם BC בנקודה F. נתון כי EF משיק ל-Ω. המעגל EAC נחתך שנית עם CD בנקודה K. על חוצה הזווית של $\angle AEF$ נבחרה נקודה M כך ש-$\angle EKM = 90°$. הוכיחו כי AMDE חסום במעגל.

9. משולש ABC חסום במעגל Ω וחוסם מעגל ω שמרכזו I. תהי D נקודת ההשקה של ω עם הצלע BC. הישר DI נחתך שנית עם ω בנקודה E. תהי P נקודה על ω עבורה $AE = AP$. הישר AP נחתך שנית עם Ω בנקודה Q. יהיו X, Y נקודות על ω כך ש-QX, QY משיקים ל-ω. נגדיר את הנקודה K להיות החיתוך של הישר XY עם הישר EP. הוכיחו ש-K נמצאת על הציר הרדיקלי של Ω, ω.