גאו - קומבי

1. במישור ישנם שני ישרים מקבילים. על כל אחד סומנו 50 נקודות, מה הכמות המקסימלית של משולשים חדי זווית שהקודקודים שלהם מסומנים?

2. המשבצות שעל שטח הפנים של קוביה $n \times n \times n$ חולקו לזוגות של משבצות סמוכות לפי צלע (גם שתי משבצות בקצוות של פאות שונות יכולות להיות סמוכות). לאחר מכן הסתבר שלכל זוג, מתוך 6 המשבצות השכנות שלו, יש משבצות מ-5 זוגות שונים. עבור אילו ערכי n זה אפשרי?

3. האם ניתן לחלק ריבוע למצולעים קמורים, כך שלא מופיע משולש, ולכל אחד יש כמות ייחודית של צלעות?

4. על השולחן מונח מצולע מעץ. כמה מסמרים בטוח יספיקו בשביל לקבע את המצולע על השולחן?

5. השטן ואדם משחקים משחק, בהתחלה אדם משלם לשטן x שקלים, לאחר מכן אדם בוחר 97 שלשות של מספרים שלמים שונים בין 1 ל-100 (כולל). לאחר מכן השטן מצייר מצולע ששטחו 100 בעל 100 קודקודים וממספר את הקודקודים לפי הסדר. אדם מקבל מהשטן כסף כמו השטח של המשולשים שהמספרים של הקודקודים שלהם זה שלשה שהוא בחר. (לדוגמא אם אדם בחר את השלשה 1,7,14 אז הוא יקבל כסף לפי השטח של המשולש שהקודקודים שלו ממוספרים במספרים 1,7,14), כמה כסף שווה לאדם לשלם בהתחלה כדי לשחק את המשחק?

6. בתוך מעגל היחידה ציירו קו פשוט סגור, נתון שהקו לא חותך אף רדיוס של מעגל היחידה יותר מ-5 פעמים ונתון שהקו לא חותך כל מעגל שמרכזו בראשית הצירים יותר מ-5 פעמים. הוכיחו שההיקף של הקו לא יכול להיות יותר גדול מ-36.

7. במישור סומנו $2n$ נקודות, הוכיחו שניתן לחלק את הנקודות ל-2 קבוצות S_1, S_2 כך שכמות הנקודות בקמור של S_2 זהה לכמות הנקודות בקמור של S_1.

8. אילו מצולעים משוכללים ניתן לחתוך למשולשים חופפים, רק על ידי אלכסונים?

9. האם אפשר לרצף מלבן רק על ידי משושה משוכלל שאורך צלעו היא 1 ועל ידי משולשים שאורכי הצלעות שלהם הן $1,2,\sqrt{3}$.

10. נתונה פיסת נייר בצורת משולש שריבועי צלעותיו הן מספרים שלמים, ושטחה $\frac{1}{2}$. בנוסף נתון ריבוע מקרטון עם שטח $\frac{1}{4}$. האם בהכרח ניתן לקפל את הנייר כך שיעטוף את הקרטון משני צדדיו?

בתיאבון!