תרגילים

חימום

1. חשבו את הקואורדינטות הבריצנטריות של:
   א. I, I_a, I_b, I_c, O, H
   ב. L (נקודת למואן – מפגש תיכושקפים)
   ג. G (נקודת ג'רגון – מפגש צ'ביאנות לנקודות השקה של החסום)
   ד. נקודות טוריצ'לי Tr_1, Tr_2
2. מצאו נוסחה לנקודה באינסוף של ישר כללי $(p:q:r)$.
3. הוכיחו את משפטי צ'בה ומנלאוס.
4. הוכיחו כי I, M, N על ישר אחד (כאשר N היא נקודת נאגל).
5. הוכיחו כי O, M, H על ישר אחד.
6. א. מצאו נוסחה לצמודה האיזוטומית של $(u:v:w)$.
   ב. מצאו נוסחה לצמודה האיזוגונלית של $(u:v:w)$.
   ג. מצאו את משוואת המעגל החוסם.
   ד. מצאו נוסחה למעגל כללי.
   ה. מצאו את משוואת המעגל החסום, החסום מבחוץ, ומעגל תשע הנקודות.

שאלות

1. במשולש ABC, יהיו K, L עקבי הגבהים על AB, AC, U, V עקבי חוצי הזוויות על AB, AC, ו-P, Q נק' ההשקה של המעגל החסום ל-AB, AC. הוכיחו כי KL, UV, PQ נחתכים בנקודה אחת.
2. יהי ABC משולש, ויהי J מרכז המעגל החסום מבחוץ המתאים לקודקוד A. מעגל זה משיק ל-BC ב-M, ול-AB, AC ב-K, L, בהתאמה. נסמן ב-F את החיתוך LM ו-BJ, וב-G את החיתוך של KM ו-CJ. יהי S החיתוך של AF ו-BC, ויהי T החיתוך של AG ו-BC. הוכיחו כי M אמצע ST.
3. נתון משולש ABC. קודקודיו מחלקים את המעגל החוסם ל-3 קשתות, ואמצעי הקשתות הללו יסומנו P, Q, R (של BC, AC, AB בהתאמה). הקטע PQ חותך את הקטע BC ב-U ואת הקטע AC ב-V. באופן דומה נגדיר W, X, Y, Z. הוכח כי UX, VY, WZ נחתכים בנקודה אחת.
4. יהי ABC משולש חד-זווית ותהי M אמצע AC. המעגל ω עובר ב-B, M וחותך את AB, BC ב-P, Q בהתאמה. תהי T נקודה כך ש-$BPTQ$ מקבילית. נניח כי T נמצאת על המעגל החוסם של ABC. מצאו את כל הערכים האפשריים של $\frac{BT}{BM}$.
5. במשולש ABC, מרכז המעגל החסום הוא I. יהיו P, Q צמודות איזוגולית שמקיימות $AP \parallel IQ \parallel BC$. הוכיחו כי $AP = |AB - AC|$.
6. יהי ABC משולש, H מפגש הגבהים, M אמצע BC. תהי D על AB ו-E על AC כך ש-$AE = AD$ ו-D, H, E על ישר אחד. הוכיחו כי HM מאונך למיתר המשותף של המעגלים החוסמים של ADE, ABC.
7. משולש ABC חסום במעגל Ω. יהי O מרכז המעגל החוסם ו-H מפגש הגבהים. נסמן ב-M, N את אמצעי הצלעות AB, AC בהתאמה. הקרניים MH, NH חותכות את המעגל החוסם ב-P, Q. נסמן ב-R את חיתוך הישרים MN, PQ. הוכיחו כי $OA \perp RA$.