אינוורסיה

1. יהי מעגל עם מיתר AB ונקודות P, Q על המעגל. חיתוך ישרים PQ ו-AB יסומן ב-X. הראו כי $\frac{PA}{PB} \cdot \frac{QA}{QB} = \frac{XA}{XB}$.

2. יהי מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O. המשיקים למעגל בנקודות A, C נחתכים בנקודה P. המשיקים למעגל בנקודות B, D נחתכים בנקודה Q. חיתוך AC ו-BD יסומן ב-R. הראו כי OR מאונך ל-PQ.

3. יהי משולש ABC, מפגש גבהים H. עקבי הגבהים מ-A, B, C לצלעות הנגדיות יסומנו D, E, F בהתאמה. נסמן את אחת מנקודות החיתוך של מעגל DEF עם מעגל BCH ב-P. הראו כי הישרים PH ו-EF נחתכים על המעגל החוסם של ABC.

<u>הגדרה</u>: מעגל חצי חסום מבפנים במשולש ABC מול A הוא מעגל שמשיק לצלעות AB, AC ומשיק מבפנים למעגל החוסם של ABC.

4. יהי משולש ABC, אמצע קשת BAC יסומן ב-N, מרכז מעגל חסום ב-I. בנוסף המעגל החצי חסום מול A משיק למעגל החוסם ABC בנקודה T. הראו כי N, I, T על ישר אחד.

5. <u>הלמה של ורייר:</u> יהי משולש ABC, מרכז מעגל חסום I. בנוסף המעגל החצי חסום מול A משיק לצלעות AB, AC בנקודות F, E בהתאמה. הראו כי I חוצה את EF.

6. יהי משולש ABC. נסמן ב-I את מרכז המעגל החסום וב-O את מרכז המעגל החוסם. בנוסף נסמן את נקודת ההשקה של המעגל החסום עם BC, AC, AB ב-D, E, F בהתאמה. נסמן את החיתוך השני של AO עם המעגל החוסם ב-A'. הראו כי A'I עובר בעקב האנך מ-D ל-EF.

7. נקודת מיקל: נתונים ארבעה ישרים שיוצרים ארבעה משולשים. הראו כי המעגלים החוסמים של כל המשולשים נחתכים בנקודה.

בנוסף, נקודת החיתוך של ארבעת המעגלים תסומן M ומרכזי המעגלים יסומנו I, J, K, L. הוכיחו כי הנקודות M, I, J, K, L נמצאות על מעגל.

8. יהי משולש ABC. מעגל ω_1 משיק לצלע BC ב-B ועובר ב-A. מעגל ω_2 משיק לצלע BC ב-C ועובר ב-A. מעגלים ω_1, ω_2 נחתכים שנית ב-X. נקודת מפגש גבהים במשולש ABC תסומן ב-H. הראו כי XH מאונך לתיכון מ-A.

9. יהי משולש ABC. אמצע AB יסומן ב-K, אמצע AC יסומן ב-N ועקב האנך מ-A ל-BC יסומן ב-D. בנוסף מרכז המעגל החוסם של ABC יסומן ב-O. הראו כי מעגלים BOC, BDK, CDN נחתכים בנקודה.

10. מעגלים α ו-β משיקים זה לזה מבחוץ בנקודה T. שני המשיקים החיצוניים המשותפים משיקים למעגלα בנקודות A_1, A_2 ולמעגל β בנקודות B_1, B_2 בהתאמה. מעגל משיק ל-α ו-β בנקודות A_3 ו-B_3 בהתאמה. מעגל אחר משיק ל-α ו-β בנקודות A_4 ו-B_4 בהתאמה מהצד השני של T. הישרים A_1A_4 ו-B_1B_4 נחתכים בנקודה N. הישרים A_2A_3 ו-B_2B_3 נחתכים בנקודה S. הראו כי S, T, N נמצאים על ישר אחד.

11. יהי משולש ABC ונקודה P בתוכו כך שמתקיים

$$\angle APB - \angle ACB = \angle APC - \angle ABC .$$

יהי D, E מרכזי המעגלים החסומים ב-APB, APC בהתאמה. הראו כי AP, BD, CE נחתכים בנקודה.

12. שני מעגלים α ו- β נמצאים בתוך מעגל Γ ומשיקים ל-Γ בשתי נקודות שונות M ו-N בהתאמה. α עובר במרכז מעגל β. הישר בין נקודות החיתוך של α ו-β חותך את Γ בנקודות A ו-B. ישרים MA ו-MB חותכים את α שנית ב-C ו-D בהתאמה. הראו כי CD משיק ל- β.