מרדף

0. במרכז הריבוע יש חורפן ובפינה עכבר. לחורפן מותר לטייל בכל שטח הריבוע, ולעכבר – רק על ההיקף. איזה יחס מהירויות ישביע את החורפן?

1. חורפן נמצא במרכז מגרש שצורתו מצולע משוכלל המוגבל על ידי גדר. הוא יכול לצאת מהמגרש רק דרך אחת הפינות. בפינת המגרש נמצא כלב שמירה שיכול לנוע לאורך הגדר. מטרת החורפן היא לצאת מהמגרש; מטרת הכלב היא למנוע זאת. עבור איזה יחס מהירויות יוכל החורפן לברוח, כאשר:
א. המגרש הוא משולש שווה-צלעות?
ב. המגרש הוא ריבוע?

2. כעת החורפן במרכז מעגל, וכלב השמירה על המעגל. לחורפן מותר לטייל בכל המישור, ולכלב – רק על היקף המעגל. האם החורפן יוכל לברוח מהעיגול כאשר

א. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 4$? ב. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 4.5$?

3. שאלה דומה עבור ריבוע: בהתחלה החורפן במרכז הריבוע, והכלב בפינה. לחורפן מותר לטייל בכל המישור, ולכלב – רק על היקף הריבוע. האם החורפן יוכל לברוח כאשר

א. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 4$? ב. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 5$?

4. שאלה דומה עבור משולש שווה צלעות: בהתחלה החורפן במרכז המשולש, והכלב בפינה. האם החורפן יוכל להימלט כאשר

א. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 7$? ב. $\frac{v_{\text{dog}}}{v_{\text{mink}}} = 7.3$?

5. העכבר ג'רי, החתול טום והכלב ספייק משתתפים במשחק מרדף. המרדף מתבצע במישור, כאשר כל חיה היא מעגל ברדיוס 5 ס"מ (ואסור למעגלים להיחתך). בהתחלה המרחק בין טום לג'רי הוא 200 מטר, וספייק נמצא בדיוק באמצע. מטרתו של טום היא לאכול את ג'רי בלי שספייק יאכל אותו (האכילה מתבצעת ברגע שהם נוגעים זה בזה). המהירויות של ספייק ושל ג'רי הן 1 מטר לשנייה. עבור אילו מהירויות של טום הוא יוכל להשיג את מטרתו?

6. במישור נמצאים שני מטמונים במרחק מטר זה מזה, וביניהם עומד שומר. במרחק קילומטר מהשומר עומד פורץ, המהיר פי λ מהשומר. עבור אילו ערכי λ הפורץ יצליח להגיע לאחד המטמונים לפני שהשומר תופס אותו?

7. נתון ארבעון (לאו דווקא משוכלל) בחלל אינסופי תלת-מימדי. בקדקודיו מרחפים ארבעה חורפנים מעופפים, ובפנים הארבעון (לא על פאה) מרחף יונק דבש. מהירויות כל היצורים זהות. האם החורפנים יצליחו לתפוס את הציפור בזמן סופי?

8*. בעיית הנהג הרוצח הדיסקרטי: שניים משחקים בתורות על לוח משבצות אינסופי. בכל מהלך של הולך הרגל הוא הולך למשבצת סמוכה לפי צלע. בכל מהלך של המכונית, הנהג בוחר האם להמשיך באותו הכיוון כמו במהלך הקודם, או לפנות ימינה, והמכונית נעה שתי משבצות בכיוון שנבחר (בתור הראשון ניתן לבחור כל כיוון שמקביל לצלעות המשבצות). המכונית מנצחת אם היא נמצאת במשבצת של הולך הרגל, או במשבצת סמוכה לפי קדקוד. מי מנצח?

9*. על קטע $[0,1]$ נמצאת נסיכה ומפלצת. הנסיכה מסוגלת לרוץ בכל מהירות סופית. המפלצת רצה במהירות 1 לכל היותר. ברגע שהנסיכה נמצאת באותה נקודה עם המפלצת, היא נאכלת מיד. מטרת הנסיכה היא להגדיל את תוחלת החיים שלה, ומטרת המפלצת היא להקטין את תוחלת החיים שלה. כל אחד מהשחקנים בוחר את נקודת ההתחלה שלו, וכולם יודעים את חוקי המשחק, ולא רואים זה את זה. מהן האסטרטגיות האופטימאלית לשני השחקנים?

10. באוויר מרחף בייגלה, ועליו נמצאים שני עכבישים וזבוב. הזבוב שמן ולא נקודתי. לכולם מהירויות שוות. האם העכבישים יצליחו לתפוס את הזבוב?