יש מצב!

0. האם יש מצב שהגעתם למכון וייצמן במקום לאכסניית אנ"א תל אביב?

1. האם ניתן לחתוך משולש לארבעה חלקים קמורים שאחד מהם משולש, אחד מרובע, אחד מחומש ואחד משושה?

2. האם ניתן לחלק מחומש קמור כלשהו למחומשים קמורים?

3. הראו כי קיימים אינסוף טבעיים k עבורם $\left\lfloor \frac{n^k}{k} \right\rfloor$ אי זוגי.

4. תהי X קבוצה סופית של מספרים ראשוניים. הוכיחו כי ניתן למצוא מספר טבעי n כך שקיימים a, b עבורם $n = a^p + b^p$ אם ורק אם $p \in X$.

5. האם קיים מספר טבעי $N > 10^{100}$ שלא מתחלק ב-10 וניתן להחליף בו את המיקומים של שתי ספרות a, b כך ש-$ab \neq 0, a \neq b$ וכך שלמספר החדש יהיו בדיוק את אותם המחלקים הראשוניים כמו ל-N?

6. נתון לוח 100×100 שצבוע ב-101 צבעים. משבצת נקראת יפה אם כל אחד מהצבעים מופיע בשורה או בעמודה שלה (כולל היא עצמה). מה היא הכמות המקסימלית של משבצות יפות?

7. מניחים אבני דומינו 1×2 על פני לוח 8×8 ללא חפיפות. האבנים יכולות לחרוג מגבולות הלוח, אבל המרכז של כל אבן חייב להיות בתוך הלוח (ממש בפנים ולא על הגבול). האם ניתן להניח בדרך הזו:
א. 40 אבני דומינו? ב. 42 אבני דומינו? ג. 44 אבני דומינו?

8. האם קיים פולינום $p(x, y)$ שמקיים שלכל $x, y \in \mathbb{R}$ מתקיים $p(x, y) > 0$ אבל לא קיים $\varepsilon > 0$ עבורו לכל $x, y \in \mathbb{R}$, $p(x, y) \geq \varepsilon$.

9. האם ניתן לבנות קבוצה אינסופית של מספרים טבעיים כך שהסכום של כל שני מספרים מהקבוצה יוצא חסר ריבועים?

10. האם קיימת פונקציה $f:\mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{N}$ כך שמתקיים $f(x,y)=f(y,z)$ אם ורק אם $x=y=z$.

11. בתוך כל אחת משש התיבות $B_1, B_2, \dots, B_6$ יש בהתחלה מטבע אחד. מותר לבצע שני סוגים של פעולות:

<u>פעולה מסוג ראשון:</u> לבחור תיבה לא ריקה B_j עבור $1 \le j \le 5$, להוציא מטבע אחד מתוך הביתה שנבחרה ולהוסיף שני מטבעות לתיבה B_{j+1}.

<u>פעולה מסוג שני:</u> לבחור תיבה לא ריקה B_k עבור $1 \le k \le 4$ להוציא מטבע אחד מתוך התיבה שנבחרה ולהחליף את התוכן (שיכול להיות ריק) של תיבות B_{k+1}, B_{k+2}.

קבעו האם קיימת סדרה סופית של פעולות מהסוגים המותרים כך שבסופה התיבות B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 יהיו ריקות ותיבה B_6 תכיל בדיוק $2010^{2010^{2010}}$ מטבעות.

12. במישור מסומנות N נקודות שאף שלוש מהן לא על ישר אחד. משלוש עם קודקודים בנקודות מסומנות נקרא מגניב אם בתוכו נמצאת נקודה מסומנת אחת בדיוק. האם ייתכן שיותר ממחצית מכל המשולשים עם קודקודים בנקודות המסומנות הם מגניבים?

13. מצאו את כל השלמים החיוביים n עבורם קיימים שלמים אי שליליים $a_1, a_2 \dots, a_n$ כך שמתקיים

$$\frac{1}{2^{a_1}}+\frac{1}{2^{a_2}}+\cdots+\frac{1}{2^{a_n}}=\frac{1}{3^{a_1}}+\frac{1}{3^{a_2}}+\cdots+\frac{n}{3^{a_n}}=1$$