חברותת Gaming

1. שני שחקנים - שם וסובי משחקים משחק על לוח 8×8. בכל מהלך שם שם דומינו 1×2 על משבצות הלוח וסובי מסובב אותו ביחס לאחת משתי המשבצות שלו ב- 90° עם או נגד כיוון השעון. אסור שדומינויים יעלו זה על זה. שחקן שלא יכול לעשות מהלך מפסיד. למי מהשחקנים יש אסטרטגיה מנצחת?

2. במשבצת מסוימת של לוח שחמט עומד אסימון. שני שחקנים מזיזים את האסימון בתורות, כשהחל מהמהלך השני המרחק שעובר האסימון חייב להיות גדול יותר מאשר במהלך הקודם. זה שלא מסוגל לעשות מהלך בתורו, מפסיד. איזה שחקן תמיד יוכל לנצח? (האסימון תמיד חייב להיות במרכז המשבצת)

3. יש 4 ערמות של דגים. בשתי ערמות יש 2023 דגים בכל אחת, ובשתי ערמות אחרות יש 2024 דגים בכל אחת. איילה וברווז משחקים בתורות. בכל תור אפשר לקחת כמות כלשהי של דגים מערמה אחת לפי בחירת השחקן, או כמות כלשהי (לאו בהכרח שווה) של דגים משתי ערמות. מנצחת הלוטרה שלוקחת את הדג האחרון. למי יש אסטרטגיית ניצחון?

4. מסביב לעץ הבאובב יושבים 100 חכמים. עליהם הולכים להלביש 100 כובעים ב-100 צבעים שונים שידועים מראש, אבל בסדר אקראי; כל אחד רואה את הצבעים של כולם חוץ מעצמו והזה שיושב מולו. לאחר מכן, כל אחד מהם לפי הסדר, נגד כיוון השעון, החל מהחכם הזקן ביותר, יכריזו בקול רם על הניחוש שלהם לצבע הכובע שלהם. הם יכולים לתאם אסטרטגיה מראש, המטרה שלהם היא שיהיו כמה שיותר ניחושים נכונים. כמה ניחושים נכונים הם יכולים להבטיח לעצמם?

5. באנטרקטיקה נמצאים 10000 פינגווינים נקודתיים שמסודרים בצורה של ריבוע 100×100. מדי פעם עובר מעליהם מטוס נקודתי שטס בקו ישר כלשהו. כאשר המטוס עובר בדיוק מעל פינגווין, הפינגווין מרים את הראש על מנת להתבונן במטוס ונופל מהרגליים. לאחר מכן מגיע לִינוּס ומקים K פינגווינים לכל היותר. עבור אילו ערכי K לִינוּס יוכל לדאוג לכך שלאחר כל מהלך שלו לפחות חצי מהפינגווינים עומדים על הרגליים?

6. מלביץ' וסרה משחקים במשחק. מתחילים עם מספר טבעי N על הלוח. כל דקה מלביץ' אומר מספר טבעי, וסרה בוחרת אם לחבר אותו למספר על הלוח או להכפיל אותו עם המספר על הלוח. בכל מקרה, התוצאה החדשה נרשמת על הלוח במקום המספר הקודם. מלביץ' מנצח אם אחרי כמות סופית של זמן נרשם ריבוע שלם על הלוח. האם מלביץ' יכול לנצח לכל N התחלתי?

7. על המישור מונח דף נייר מלבני עליו איילה ציירה מצולע בלתי נראה בעל 2024 קודקודים. בכל מהלך ברווז מעביר קו ישר במישור שלא חותך את דף הנייר ואיילה מעבירה את הישר הכי קרוב שמקביל לישר של ברווז ועובר דרך אחד הקודקודים. האם תוך מספר סופי של מהלכים ברווז יוכל לגלות את כל קודקודי המצולע?

8. נתון לוח משבצות 120×120. החתול בָּארְס מתיישב על אחת ממשבצות הלוח לפי בחירתו. לאחר מכן d דרורים נוחתים על משבצות הלוח לפי בחירתם (מספר דרורים יכולים להימצא באותה המשבצת). בארס והדרורים משחקים בתורות; בכל מהלך של בארס, הוא עובר ממשבצת שבה הוא נמצא למשבצת סמוכה לפי צלע או לפי קודקוד (כמו מלך בשחמט). בכל מהלך של הדרורים, אחד מהדרורים מתעופף מהמשבצת שבה הוא נמצא למשבצת כלשהי לפי בחירתו. המטרה של בארס היא להגיע למשבצת שנמצא בה דרור. האם בארס יצליח להשיג את מטרתו כאשר

א. $d=1610$? ב. $d=2300$? ג. $d=3200$? ד. $d=4800$?

9. יהא n מספר חיובי שלם ותהא S קבוצה של מספרים שלמים חיוביים. המשחק מתחיל עם ערמה של n דגים. איילה וברווז אוכלים מספר דגים מהערמה, כאשר הכמות נבחרת על ידי השחקן מ- S בכל תור. מפסידה הלוטרה שלא מצליחה לעשות מהלך בתורה. נסמן ב- $f(S)$ את קבוצת המספרים עבורם לאיילה יש אסטרטגיה מנצחת. האם זה נכון שלכל קבוצה T של שלמים חיוביים $T, f(T), f(f(T)), f(f(f(T))),\ldots$ מתייצב החל מרגע מסוים?

בהצלחה!