אתגר איילה

מותר להשתמש במחשבון

1. נתון פולינום $P(x,y)$ מדרגה d, כלומר $\sum_{\substack{i+j\le d\\ i,j\ge 0}} a_{i,j}x^i y^j$ עם מקדמים ממשיים. נתון כי לכל $0\le x,y\le 1$ מתקיים $0\le P(x,y)\le 1$. מהו הערך הגדול ביותר האפשרי של המקדם הגדול ביותר של P:

א. עבור $d=2$, ב. עבור $d=3$, ג. עבור d כללי.

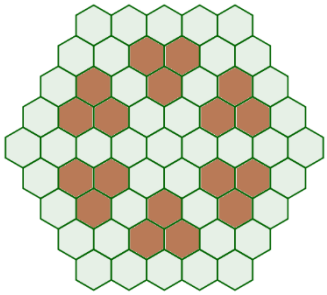
2. בתוך ריבוע 18×18 נמצאים K עיגולי יחידה שלא נחתכים. מהו ה-K המקסימלי?

3. מינק צייר במישור 12 מעגלים לאו דווקא באותו רדיוס. לאחר מכן היפו סימן כל נקודה שהיא נקודת השקה של שני מעגלים שונים. מהי הכמות הגדולה ביותר האפשרית של נקודות מסומנות?

4. על פאות הקוביה רוצים לבחור N נקודות, לא כולם על אותה פאה, שהם קודקודים של מצולע משוכלל מישורי. מצאו את כל האפשרויות עבור N.

5. א. שלושה מרגלים נמצאים על מעגל ברדיוס 1, נעים עליו במהירות 1 ומתחילים מקודקודים של משולש משוכלל. סוכן מתחיל מהמרכז ונע במהירות v. המרגלים רוצים ששניים מהם ייפגשו בנקודה מסוימת בלי שהסוכן יעמוד באותה הנקודה. עבור אילו ערכים של v הסוכן מנצח?

ב. אותם תנאים, אבל מותר לנוע במישור.



6. נתון לוח משושי שמורכב ממשבצות משושיות, שצבוע בירוק וכתום. בלוח יש שורות ב-3 כיוונים. רצף משבצות באותו צבע מאותה שורה יקרא מקסימלי אם לא ניתן להגדיל אותו לאף כיוון. נתון שלכל רצף מקסימלי כתום, הרצפים המקסימליים הירוקים הסמוכים באותה השורה לא ארוכים ממנו.
מה הכמות החיובית המינימלית של משבצות כתומות בלוח:

א. עם צלעות של 5 משבצות כמו בציור?

ב. בלוח כללי עם צלעות של K משבצות (אסימפטוטית)?

בהצלחה!