*

$*$ היא פעולה בינארית על קבוצת מספרים.
פעולה בינארית נקראת אסוציאטיבית אם היא מקיימת את הנוסחה:

$$x * (y * z) = (x * y) * z$$

פעולה בינארית נקראת קומוטטיבית אם היא מקיימת את הנוסחה:

$$x * y = y * x$$

1. * היא פעולה בינארית על השלמים המקיימת את הנאים הבאים:
   א. $x * (y * z) = y * (z * x)$
   ב. אפשר לצמצם משמאל, כלומר $x * y = x * z$ גורר $y = z$
   ג. אפשר לצמצם מימין, כלומר $y * x = z * x$ גורר $y = z$
   הוכיחו ש-* קומוטטיבית ואסוציאטיבית.
2. * היא פעולה בינארית על השלמים המקיימת ש-$x * x = 0$ וגם ש-

$$x * (y * z) = x * z - y$$

   חישבו את $2019 * 2020$.
3. * היא פעולה בינארית על הממשיים. נתון ש-$*$ אסוציאטיבית, אנטי-קומוטטיבית, כלומר ש-$x * y = -(y * x)$ ולכל מספר ממשי x קיימים ממשיים a, b כך ש-$x = a * b$.
4. האם קיימת פעולה בינארית <u>קומוטטיבית ולא אסוציאטיבית</u> $*$ על השלמים אי-שליליים כך שמתקיים:

$$(x * y) * (z * t) = \big(x * (y * z)\big) * t$$

5. מצאו את כל הפעולות הבינאריות $*$ על המספרים הממשיים המקיימות את הנוסחה

$$(x * y) * z = x + y + z$$

6. מצאו את כל הפעולות הבינאריות * על הממשיים החיוביים המקיימות ש-$x * x = 1$ ו-$x * (y * z) = (x * y) \cdot z$.
7. * היא פעולה בינארית על השלמים המקיימת את הנאים הבאים:
   א. $x * (x * y) = y$
   ב. $(x * y) * y = x$
   הוכיחו ש-$*$ קומוטטיבית.
8. * היא פעולה בינארית <u>אסוציאטיבית</u> על השלמים. נתון ש-$*$ לא קומוטטיבית בכל נקודה, כלומר ש-$x \neq y \Rightarrow x * y \neq y * x$.
   הוכיחו כי $x * (y * z) = x * z$.

בתאבון!