מעגלי אפולוניוס.

שאלה: יהיו שתי נקודות A, B ומספר חיובי c מה המקום הגיאומטרי של הנקודות המקיימות $\frac{AP}{BP} = c$?

שאלות:

1. יהיו A, B, C, D נקודות על ישר אחד בסדר זה. קבעו האם קיימת נקודה הרואה את שלושת הקטעים AB, BC, CD בזוויות שוות ואם כן מצאו את כל הנקודות האלו.

2. נתון הקטע BC מצאו את המקום הגיאומטרי של כל הנקודות A כך ש-AB שווה באורכו לתיכון מ-C ל-AB.

3. נתונות נקודות A, B על קוטרו של מעגל שמרכזו O. מצאו נקודה X על המעגל כך שהמיתר העובר דרך A ו-X והמיתר העובר דרך B ו-X שווים באורכם.

4. במרחב נתון מישור ושתי נקודות A, B מחוץ למישור. מצאו את המקום הגיאומטרי של נקודות X במישור עבורן AX, BX יוצרים זוויות שוות עם המישור.

שאלות יותר קשות:

1. נתון מרובע קמור $ABCD$ ובו מתקיים ש-$AB \cdot CD = AD \cdot BC$. הוכיחו ש-

$$\angle BAC + \angle CBD + \angle DCA + \angle ADB = 180^{\circ}$$

2. H הוא מפגש הגבהים במשולש ABC, M זו אמצע הצלע BC ו-D היא עקב חוצה הזווית של A. המשולש נמחק ונשארו רק הנקודות H, M, D שחזרו את המשולש.

3. במשולש ABC נבנו שני מעגלים העוברים ב-A ומשיקים לצלע BC, המעגל הראשון משיק ב-B והשני ב-C. נקודת החיתוך השנייה של שני המעגלים תסומן K. הוכיחו כי K נמצאת על מעגל אפולוניוס של המשולש.

4. נתון מרובע $ABCD$ ובו הזוויות ב-B ו-D ישרות. עקב האנך מ-A ל-BD יסומן H. האנך האמצעי של CH חותך את הישרים AB, AD בנקודות K, L בהתאמה. הוכיחו ש-$\frac{AK}{KH} = \frac{AL}{LH}$.

5. נתונים שני מעגלים ω_1, ω_2 ומספר חיובי k. מצאו את המקום הגיאומטרי של הנקודות P עובר $\frac{\deg(P,\omega_1)}{\deg(P,\omega_2)} = k$ כלומר יחס הדרגות ביחס לשני המעגלים הנתונים קבוע.