תרגיל 8

1. מצאו תת-קבוצה עם כמות איברים מקסימלית בקבוצה $\{1,2,3,4,...,2016,2017\}$, כך שהפרש של כל שני מספרים בתת-קבוצה שונה מ-4 ושונה מ-7.

2. נתון פאון. איילה ובני משחקים משחק: איילה בוחרת נקודה שקופה במרחב, ובני שואל אותה את השאלות מהסוג הבא: הוא מצייר מישור, ושואל באיזה צד של המישור נמצאת הנקודה (לפני המישור, אחרי המישור או על המישור). המטרה של בני היא לגלות, האם הנקודה של איילה נמצאת בתוך הפאון. כמה שאלות בני יצטרך לשאול:
א. כאשר הפאון הוא קוביה?
ב. כאשר הפאון הוא תמניון משוכלל?

3. בערמה אחת k אבנים, בערמה אחרת n אבנים. בכל דקה המכונה בוחרת ערמה שיש בה מספר זוגי של אבנים ומעבירה בדיוק חצי מהאבנים בערמה זאת לערמה האחרת. אם בשתי הערמות יש מספר אי-זוגי של אבנים, המכונה מפסיקה לעבוד. עבור איזה מספר של זוגות סדורים (n,k) של מספרים טבעיים שלא עולים על 1000, המכונה תוכל להמשיך לעבוד לנצח?

4. נתונה חפיסה של 52 קלפים. ירון ותומר יודעים את סדר הקלפים בחפיסה, ותומר רוצה שגם אלון ידע את סדר הקלפים (הוא לא חייב לדעת האם זה מלמעלה למטה או להפך). מותר לתומר לשאול את ירון שאלות מהסוג: "כמה קלפים יש בין קלף X לקלף Y ?" מהי הכמות המינימאלית של השאלות שתומר צריך לשאול?

5. בתחרות שחמט בזק שמתנהל באמצעות לוח אחד בלבד, השתתפו $2n+3$ שחקנים. כל אחד משחק עם כל אחד פעם אחת בדיוק. המשחקים נערכים ברצף זה אחר זה, ולכל שחקן אחרי כל משחק יש הפסקה של לפחות n משחקים. הוכיחו שיש שחקן שהשתתף גם במשחק ראשון, וגם באחרון.

6. נתונה קבוצה X שיש בה 56 איברים. מצאו את הערך המינימלי של n, כך שלכל משפחה של 15 תתי-קבוצות של X, שאיחוד של כל 7 מהם מכיל לפחות n איברים, אז קיימות 3 קבוצות במשפחה שהחיתוך שלהן לא ריק.