תרגיל 6

1. נתון מעגל וקוטרו AB. נבחרה נקודה M על AB. נקודות C ו-D על המעגל, מצד אחד של הקוטר, כך ש-$\measuredangle AMC = \measuredangle DMB$. הוכח כי כל הישרים CD חותכים את הישר AB בנקודה קבועה.

2. משולש ABC חסום במעגל Ω. חוצה זווית מ-A פוגש את הצלע BC בנקודה D את הקשת BC של Ω בנקודה E. מעגל שקוטרו DE פוגש את Ω שנית בנקודה F. הראו כי AF הוא ***תיכושקף*** של המשולש ABC, כלומר שהוא סימטרי לתיכון מהקודקוד A ביחס לחוצה זווית מנקודה A.

3. נתון משולש ABC החסום במעגל ω. התיכון מ-A לצלע BC חותך את ω שנית בנקודה A_1. באופן דומה נגדיר את B_1 ו-C_1. ישר העובר דרך A ומקביל לצלע BC חותך שנית את ω בנקודה A_2. באופן דומה נגדיר את B_2 ו-C_2. הוכיחו כי הישרים A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 נחתכים בנקודה אחת.

4. במשולש ABC הגבהים AA_1, BB_1, CC_1 נחתכים בנקודה H. הגבהים מ-H לישרים A_1C_1 ו-B_1C_1 חותכים את הקרניים CA ו-CB בנקודות P ו-Q בהתאמה. הוכח כי האנך מ-C ל-A_1B_1 חוצה את הקטע PQ.

5. במשולש חד זוויות לא שווה שוקעים ABC הגבהים A'A ו-B'B נחתכים בנקודה H. תיכוניו המשולש ABH נחתכים ב-M. הישר CM חוצה את הקטע A'B'. חשב את גודל הזווית C.

6. נתונים שני מעגלים ω_1 ו-ω_2 הנחתכים בנקודות A ו-B. העבירו משיק משותף לשני המעגלים CD (כאשר C ו-D נקודות ההשקה לשני המעגלים בהתאמה, B יותר קרובה ל-CD מאשר A). העבירו ישר דרך A החותך שנית את ω_1 ו-ω_2 בנקודות K ו-L בהתאמה. הישרים KC ו-LD נחתכים בנקודה P. הוכח כי BP תיכושקף במשולש APL.