תרגיל 2

1. האם אפשר לחלק מלבן 53×109 למלבנים, שחלק מהם מלבנים אנכיים 1×2 והאחרים הם מלבנים אופקיים 1×3 ?

2. על כל משבצת של לוח משבצות רשום מספר שלם. בכל מהלך מותר לבחור ריבוע 3×3 או 4×4 ולהגדיל את כל המספרים בו ב-1. המטרה היא להגיע למצב שכל המספרים יתחלקו ב-10. האם תמיד ניתן להשיג את המטרה

א. עבור לוח 8×8 ?

ב. עבור לוח 10×10 ?

3. א. כמה תיבות $1\times1\times4$ ניתן להכניס לקופסה $6\times6\times6$ כך שהפאות של הקופסה יהיו מקבילים לפאות של התיבות, אבל התיבות יכולות להיות מכוונות בכל אחד מ-3 הכיוונים האפשריים (לאורך, לרוחב ולעומק) ?

ב. נסחו ופתרו שאלה דומה למרחב 4-מימדי ($1\times1\times1\times4$ בתוך $6\times6\times6\times6$) ולמימדים גבוהים יותר.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

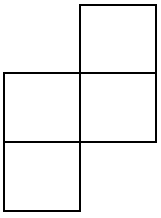
4. א. על משבצות של לוח 10×10 נמצאים אבנים, בהתאם לכמויות שרשומות בטבלה. בכל מהלך מותר בכל תור לבחור 3 משבצות ברצף באותה שורה או באותה עמודה, ולהוציא אבן אחת מכל אחת מבין 3 המשבצות (כמובן, על מנת לעשות מהלך כזה חייבים שיהיו אבנים בכל 3 המשבצות). מהי הכמות המינימלית של האבנים שיכולו להישאר בסוף המשחק?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

ב. שאלה דומה עבור טבלה 5×5 שכמויות האבנים במשבצות מ-1 עד 25 לפי עקרון דומה.

5. נתון מלבן 50×90. כמה מלבנים $1\times10\sqrt{2}$ עם צלעות שמקבילות לצלעותיו ניתן לצייר בתוכו ללא חפיפות?

6. כמה צורות מהסוג שמוצג בציור, שכל אחד מהן מכה 4 משבצות של הלוח (מותר לסובב ולשקף) ניתן להכניס מלבן שגודלו:



א. $n\times(2m+1)$,

ב. 6×6,

ג. 8×8,

ד. 10×10.

ה**. 20×20.