תרגיל 10

1. במרובע חסום ABCD מתקיים $AD+BC=CD$. הוכיחו שחוצי הזוויות A ו-B נפגשים על הצלע CD.

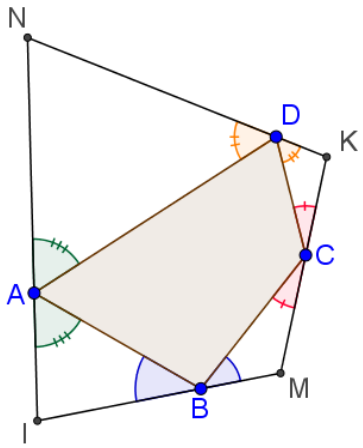
2. נקודות K, M, N נבחרו על צלעות המשולש AB, AC, BC בהתאמה, כך שמתקיים $BK=NK$ וגם $MK=CK$. הוכיחו כי מרכז המעגל החוסם של המשולשל MAN נמצא על חוצה הזווית של $\sphericalangle MKN$.

3. נתון מרובע קמור ABCD. הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה P, הישרים BC ו-AD נפגשים בנקודה Q. נבחרו נקודות K, N, I, M על הצלעות AB, AD, CD, BC בהתאמה, כך שהנקודות I, K ו-Q נמצאות על ישר אחד, הנקודות M, N ו-P נמצאות על ישר אחד, ו-MINK מקבילית.
הוכיחו כי אמצע AC, אמצע BD ואמצע MN נמצאים על ישר אחד.

4. על הצלע AN של מרובע קמור BANK נבחרו נקודות I ו-D, כאשר I בין A ל-D; ועל הצלע BK נבחרו נקודות M ו-C, כאשר M בין B ל-C. נתון כי $IA=AB=BM$ וגם $ND=DC=CK$. הראו שאם ABCD חסום במעגל, אז גם MINK חסום במעגל.

5. מרובע ABCD חוסם מעגל שמרכזו I. על הישר DI נבחרה נקודה N כך שהזווית DAN ישרה. על הישר BI נבחרה נקודה M כך שהזווית BAM ישרה. הראו כי הישר MN מאונך לאלכסון AC.

6. נתון מרובע קמור ABCD. חוצה זווית חיצוני של A פוגש חוצי זויות חיצוניים של B ושל D בנקודות I ו-N בהתאמה. חוצה זווית חיצוני של C פוגש חוצי זויות חיצוניים של B ושל D בנקודות M ו-K בהתאמה.



א. הראו שהמרובע MINK חסום.

ב. נתבונן ב-4 ישרים: האנך מ-K ל-CD, האנך מ-N ל-AD, האנך מ-I ל-AB, והאנך מ-M ל-BC. הראו שישרים אלה משיקים למעגל אחד.

ג. הראו שאם IK מאונך ל-MN, אז ABCD חסום.

ד. נסמן ב-X את נקודת חיתוך של AC ו-BD. במצב של סעיף ג', הוכיחו כי X ומרכזי המעגלים החוסמים של ABCD ושל MINK, נמצאים על ישר אחד.