תרגיל שורשים

1. מצאו את $\left\lfloor \frac{1}{\sqrt{101}-10} \right\rfloor$.

2. חשבו את 777 הספרות אחרי הנקודה העשרונית של $\left(\sqrt{50}+7\right)^{5777}$.

3. פשטו את הביטוי $\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

4. האם קיימים מספרים שלמים a,b,c,d,e,f עבורם

$$\left(a+b\sqrt{5}\right)^4+\left(c+d\sqrt{5}\right)^4+\left(e+f\sqrt{5}\right)^4=2+\sqrt{5}$$

5. סדרו את המספרים הבאים בסדר עולה:

$$A=\sqrt{\frac{\sqrt[5]{1}+\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{5}}} \qquad B=\sqrt[5]{1+\sqrt[5]{2}+\sqrt[5]{8}} \qquad C=\frac{\sqrt[5]{16}+\sqrt[5]{8}+\sqrt[5]{2}-1}{\sqrt[5]{125}}$$

6. מספר נקרא שחור אם ניתן להציגו בצורה $\sqrt{a+b\sqrt{2}}$ כאשר a ו-b מספרים שלמים שונים מ-0. מספר נקרא לבן אם ניתן להציגו בצורה $c+d\sqrt{7}$. האם קיים מספר לבן שהוא סכום של מספרים שחורים?

7. פתרו את המשוואה $\frac{x^7}{7}=1+\sqrt[7]{10}\cdot x\left(x^2-\sqrt[7]{10}\right)^2$.

8. הוכיחו כי

$$\sqrt[3]{m^2\left(m+n\right)}-\sqrt[3]{mn^2}-\sqrt[3]{\left(m+n\right)^2 n}=$$
$$=\sqrt[3]{m^3-n^3+6m^2n+3mn^2-3\left(m^2+mn+n^2\right)\cdot\sqrt[3]{mn\left(m+n\right)}}$$

9. הוכיחו שיש אינסוף פתרונות למשוואה $\left|x^2-2y^2\right|=1$ בשלמים בעזרת סדרה הנדסית $\left(\sqrt{2}+1\right)^n$.

10. פשטו את הביטוי $\frac{\sum_{k=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{k}}}{\sum_{k=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{k}}}$.

בהצלחה!