חלק ראשון

1. נתון מצולע קמור ABCDEFG ששטחו 1. נקודות X, Y, Z, U, V הן נקודות אקראיות על הצלעות של AB, BC, CD, EF, FG בהתאמה. הנקודות S, K, N, I, M הם האמצעים של הקטעים YE, FX, AV, BU, EZ בהתאמה. מצאו את השטח המקסימאלי והמינימאלי האפשרי של המצולע AKBSCMDEIFNG.

2. צמצמו את השבר $\frac{\left(1^4+4\right)\cdot\left(5^4+4\right)\cdot\left(9^4+4\right)\cdot\ldots\cdot\left(69^4+4\right)\cdot\left(73^4+4\right)}{\left(3^4+4\right)\cdot\left(7^4+4\right)\cdot\left(11^4+4\right)\cdot\ldots\cdot\left(71^4+4\right)\cdot\left(75^4+4\right)}$.

3. נתונים 2017 מספרים ראשוניים $p_1, p_2, \ldots, p_{2017}$. הוכיחו כי $\prod_{i<j}\left(p_i^{\,p_j}-p_j^{\,p_i}\right)$ מתחלק ב-5777.

4. נתון תמניון משוכלל שאורך כל צלע שלו 1. מה הוא האורך של מקצוע הקובייה הארבע-ממדית הקטנה ביותר שיכולה להכיל את התמניון בלי לקפל\לעוות אותו?

הערה: תמניון משוכלל הוא פאון תלת-ממדי, שיש לו 8 פאות שהן משולשים משוכללים, ובכל קודקוד שלו נפגשות 4 פאות. קובייה 4-ממדית זו צורה 4-ממדית שהיא כמו ריבוע במישור דו-ממדי וכמו קובייה במרחב תלת-ממדי.

בהצלחה!

חלק שני

5. חורפן נמצא במרכז מגרש שצורתו מצולע משוכלל המוגבל על ידי גדר. הוא יכול לצאת מהמגרש רק דרך אחת הפינות. בפינת המגרש נמצא כלב שמירה שיכול לנוע לאורך הגדר. מטרת החורפן היא לצאת מהמגרש; מטרת הכלב היא למנוע זאת. עבור איזה יחס מהירויות יוכל החורפן לברוח, כאשר:

א. המגרש הוא משולש שווה-צלעות?

ב. המגרש הוא ריבוע?

6. נתון פאון קמור, שכל פאה שלו היא ריבוע או משולש משוכלל (יכולים להיות פאות משני הסוגים). מהי הכמות המרבית של קודקודים בפאון זה?

7. על הלוח מספרים שלמים מ-1 עד 100 (כולל). צבי רוצה לצבוע N מספרים בכחול, כך שכל סדרה חשבונית המורכבת מ-10 מספרים שרשומים על הלוח תכיל מספר כחול. עבור איזה N זה מתאפשר?

בהצלחה!