מושגים בסיסיים:

מרובע שלם

במרובע ABCD הצעלות AB ו-CD נפגשות בנקודה E, והצלעות AD ו-BC נפגשות בנקודה F. קיבלנו צורה שנקראת "מרובע שלם", אשר קדקודיה הם A,B,C,D,E,F וצלעותיה הן צלעות המרובע. את מרובע שלם זה נסמן ב-ABCDEF. למרובע שלם זה יש שלושה אלכסונים: AC, BD ו-EF.

נקודת מיקל

נקודה שתסומן M שמוגדרת עבור מרובע שלם בעלת התכונות השקולות הבאות:

1. נקודת מפגש של כל 4 המעגלים שחוסמים משולשים שנוצרים ע"י 3 ישרים מבין 4 הצלעות.

2. המוקד של הפרבולה היחידה שמשיקה לכל 4 הישרים.

3. מרכז של ההעתקה הספירלית שמעבירה את A ל-D ואת B ל-C.

3'. מרכז של ההעתקה הספירלית שמעבירה את A ל-B ואת D ל-C.

הישר של גאוס\ניוטון

1. הישר שעובר באמצעי של 3 האלכסונים: AC, BD, EF (גאוס).
2. המקום הגיאומטרי של מרכזי שניוניות שחסומות במרובע (ניוטון).
(בפרט עובר בנקודה האינסופית של הפרבולה החסומה)

נקודות I ו-J וארבעת המוקדים של שניונית

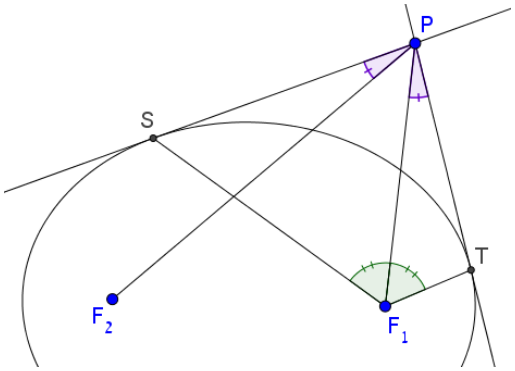
$I=(1:i:0)$, $J=(1:-i:0)$. הנקודות צמודות זו לזו ונמצאות על הישר האינסופי, ובנוסף גם על כל המעגלים.

לכל מוקד F של שניונית, הישרים IF ו-JF משיקים לשניונית.

מ-I ומ-J יוצאים 4 משיקים לשניונית, ולישרים אלה יש 4 נקודות מפגש שנקראות המוקדים של השניונית. לשניונית ממשית שניים מהמוקדים ממשיים ושניים לא. יש לשים לב כי המוקדים הם קדקודים של מעוין (לא ממשי).

4 המוקדים יחד עם I ו-J יוצרים מרובע שלם.

זוגות של מוקדים מתאימים יוצרים אלכסונים של מרובע זה.



שניונית וזוויות:

$\sphericalangle TPF_1=\sphericalangle F_2PS$ (סלמון)

$\sphericalangle TF_1P=\sphericalangle PF_1S$

אם ABCD חוסם אליפסה עם מוקד F_1,
אז $\sphericalangle(FA,FB)+\sphericalangle(FC,FD)=0$.

הכלילו למצולע עם מספר זוגי של צלעות.

קוביקות – עקומים ממעלה 3.

לפי Bezout, שתי קוביקות נחתכות ב-9 נקודות.

Cayley-Bacharach: אם 3 קוביקות נפגשות ב-8 נקודות (אבל לא ב-∞), אז הן נפגשות גם ב-9. הטענה נובעת מספירת מימדים של מרחבים ליניאריים.

קוביקה נקראת "חלקה" או "רגולרית" אם אין לה צומת או חוד.

על קבוצת הנקודות של קוביקה חלקה במישור פרויקטיבי מוגדרת פעולת חיבור חבורתית עם התכונות הבאות:

1. נקודות A,B,C על ישר אחד $\Leftrightarrow A+B+C=0$.
2. נקודת 0 היא נקודת פיתול.
3. נקודות A,B,C,D,E,F על שניונית $\Leftrightarrow A+B+C+D+E+F=0$.
4. לכל A יש n^2 נקודות X שמקיימות $n\cdot X=A$.

החלק הלא-טריוויאלי בהוכחה החוק החבורתי הוא אסוציאטיביות, וזה נובע מ-Cayley-Bacharach.