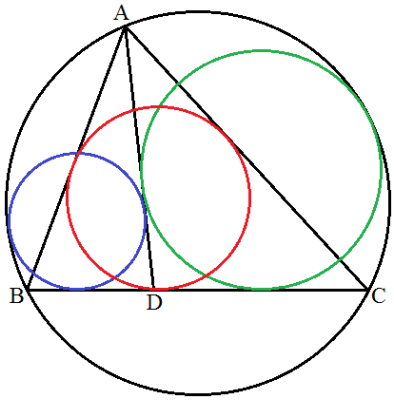
וריר

הלמה של וריר (Verrier). משולש ABC חסום במעגל Ω. מעגל μ משיק לצלעות AB ו-AC בנקודות T ו-S, ומשיק גם ל-Ω מבפנים. אזי מרכז המעגל החסום במשולש הוא האמצע של ST.

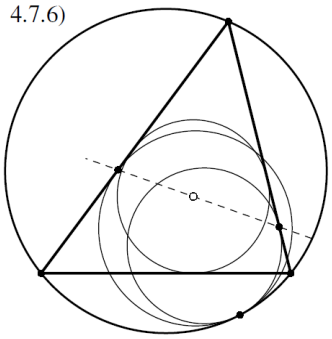


משפט טבו (Thebault). על הצלע BC של משולש ABC נבחרה נקודה אקראית D. נצייר 3 מעגלים: המעגל α שחסום במשולש ABC, ושני המעגלים β,γ שמשיקים בו-זמנית לקטעים AD, BC ולמעגל החוסם. הוכיחו שהמרכזים של α,β,γ נמצאים על ישר אחד.

הלמה של סוויאמה (Sawayama). בתמונה הקודמת, הישר שמחבר את שתי נקודות ההשקה של המעגל הירוק עם הקטעים עובר במרכז המעגל האדום. דבר דומה מתקיים גם למעגל הכחול.

0. ציירו גרסה חיצונית לכל 3 הטענות הקודמות.

1. ABC משולש, Ω מעגל חוסם. מעגל חצי-חסום ω משיק לקשת BC בנקודה T, וגם לצלעות AB ו-AC. נתונה גם נקודה S כך ש- CBTS טרפז שווה-שוקיים. נקודה D היא נקודת המפגש של BC עם AS. הראו שמעגל חסום מבחוץ של משולש ABC עובר בנקודה D.



2. הוכיחו גרסה כללית של הלמה של וריר בתמונה.

3. משולש ABC חסום במעגל Ω. מעגל μ משיק לצלעות AC ו-AB בנקודות E ו-F, ומשיק גם ל-Ω מבפנים בנקודה T. נקודה N היא אמצע הקשת BAC. הראו כי הישר TN עובר דרך אמצע EF.

4. משולש ABC חסום במעגל Ω. מעגל חצי-חסום ω משיק לצלע AB בנקודה J, לצלע AC בנקודה P, וגם לקשת BC. אמצעי הקשתות AB ו-AC (במעגל Ω) הן M ו-K בהתאמה. האמצעים של AJ ו-AP הם I ו-N. הראו שהנקודות K, N, I, M על ישר אחד.

5. במשולש ABC המעגל החוסם הוא Ω ומרכז המעגל החסום I. נקודה M היא אמצע הצלע BC. נסמן ב-D את עקב האנך מ-I ל-BC. האנך ל-AI דרך I פוגש את הצלעות AB ו-AC בנקודות F ו-E בהתאמה. נניח כי המעגל החוסם של משולש AEF פוגש את Ω בנקודה X השונה מ-A. מעגל חסום מבחוץ של ABC משיק לצלע BC בנקודה Z ומשיק גם להמשכי הצלעות AB ו-AC. הראו כי הישרים AZ ו-XM נפגשים על Ω.

6. מרובע ABCD חסום. הראו שמרכזי המעגלים החסומים במשולשים ABC, BCD, CDA, DAB יוצרים מלבן.

7. משולש חד-זוויות ABC חסום במעגל Ω, והקטע AD הוא גובה. מעגלים α ו-β משיקים ל-Ω מבפנים, ל-BC ול-AD. הראו שהמשיק הפנימי המשותף של α ו-β השונה מ-AD עובר באמצע של BC אם ורק אם $AB + AC = 2 \cdot BC$.

8. במשולש ABC המעגל החוסם Ω והמעגל החצי-חסום ω משיקים בנקודה T על הקשת BC. נקודות השקה של ω עם הצלעות AC ו-BC הן E ו-F בהתאמה. הקטעים EF ו-AT נפגשים ב-G. הראו כי BG ו-CG יוצרים זוויות זהות עם EF.

בהצלחה!