תרגיל 7

1. נתון טרפז ABCD, בו AD מקביל ל-BC. אלכסוניו נפגשים בנקודה X. המעגלים החוסמים של המשולשים ABX ו-CDX נפגשים שנית בנקודה Y. הוכיחו שאם Y נמצאת על AD, אז המשולש BYC שווה-שוקיים.

2. במשולש ישר זוויות ABC (בו הזווית C ישרה) הקטע CD הוא גובה (כאשר D על הצלע AB). נקודות E ו-F נמצאות על AB ו-AC בהתאמה, כך ש-$DC = ED$, והקטע EF מאונך ל-AB. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle FBC$.

3. ABCD הוא ריבוע. על צלעותיו BC ו-CD נבחרו נקודות M ו-N בהתאמה, כך שהזווית MAN היא 45°. האלכסון BD חותך את הקטעים AM ו-AN בנקודות P ו-Q בהתאמה. הישרים MQ ו-NP נפגשים בנקודה X.
א. מצאו את הזווית בין הישרים AX ו-MN.
ב. מצאו את היחס בין אורכי הקטעים AX ו-MN.

4. על הצלעות AB, BC, CD ו-DA של ריבוע ABCD נבחרו נקודות K, N, I ו-M בהתאמה כך שהזוויות $\sphericalangle AIM = \sphericalangle NAI = \sphericalangle ANK = 45^\circ$. הקטע KM פוגש את AN ואת AI בנקודות X ו-Y בהתאמה. הראו כי $S_{AXY} = S_{KNX} + S_{IMY}$.

5. נתונים שני מעגלים שרדיוסיהם r ו-R. המעגלים נחתכים בשתי נקודות, שאחת מהן תסומן C. ישר משיק לשני המעגלים בנקודות A ו-B. מצאו את רדיוס המעגל החוסם של המשולש ABC (באמצעות r ו-R).

6. נתון מצולע בעל $2n+1$ צלעות. מחברים כל קודקוד שלו לאמצע הצלע הנגדית (כלומר בכל צד של הקו יש אותה כמות של צלעות). נניח ש-$2n$ מהקווים האלה נפגשים בנקודה אחת. הראו שבעצם כולם נפגשים בנקודה אחת.