תרגיל 5

1. עבור a ו-b חיוביים, הוכיחו כי $2\sqrt{a}+3\cdot\sqrt[3]{b}\geq 5\cdot\sqrt[5]{ab}$.

2. בהינתן $0\leq a,b,c,d\leq\sqrt{5}$, הוכיחו כי
$$(b-a)(c-a)(d-a)(c-b)(d-c)(d-b)\leq\sqrt{5}.$$

3. הוכיחו כי $\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)\geq\frac{5}{16}\left(a+b+c+1\right)^2$.

4. מספרים חיוביים a,b,c ו-d מקיימים $a^n+b^n+c^n+d^n=4$, כאשר $n\geq 1$ ממשי (לאו דווקא טבעי). הוכיחו כי $a^nb+b^nc+c^nd+d^na\leq 4$.

5. מספרים אי-שליליים a,b,c ו-d מקיימים $a^2+b^2+c^2+d^2=1$. הוכיחו כי
$$a+b+c+d\geq 1+2\left(abc+abd+acd+bcd\right).$$

6. מספרים חיוביים x ו-y מקיימים $x^2+y^2=2$. הוכיחו כי $x^{4y}+y^{4x}\leq 2$.