תרגיל 11

1. למשולש ABC הוצמד מלבן BCQP. הראו שהאנך מ-A ל-BC, האנך מ-P ל-AC, והאנך מ-Q ל-AB נפגשים בנקודה אחת.

2. למשולש חד-זוויות ABC הוצמדו שני ריבועים (מחוץ למשולש): ACKN ו-ABMI. תהא X נקודת החיתוך של BK ו-CM. הראו כי AX מאונך ל-BC.

3. על הצלעות של משולש ABC נבחרו נקודות: A_1 על BC, B_1 על AC ו-C_1 על AB, כך שהאנכים מ-A, B, ו-C לישרים B_1C_1, A_1C_1 ו-A_1B_1 בהתאמה נפגשים בנקודה אחת. ניקח נקודה A_2 על BC כזאת ש-$A_2B = A_1C$. באופן דומה נגדיר גם B_2 ו-C_2.
א. הוכיחו שהאנכים מ-A_2, B_2 ו-C_2 לישרים BC, AC ו-AB בהתאמה נפגשים בנקודה אחת.
ב. הוכיחו שהאנכים מ-A_1, B_1, ו-C_1 לישרים B_2C_2, A_2C_2 ו-A_2B_2 בהתאמה נפגשים בנקודה אחת.

4. הישרים ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 ו-ℓ_4 שמאונכים לצלעות AB, BC, CD ו-DA בהתאמה של המרובע ABCD. אין נקודת מפגש משותפת לכל הישרים, אבל הישרים ℓ_1 ו-ℓ_2 נפגשים בנקודה K, הישרים ℓ_2 ו-ℓ_3 בנקודה N, הישרים ℓ_3 ו-ℓ_4 ב-I, הישרים ℓ_4 ו-ℓ_1 ב-M. הוכיחו כי אם IK מאונך ל-AC, אז MN מאונך ל-BD.

5. במשולש חד-זוויות ABC, מרכז המעגל החוסם הוא O. נסמן ב-A' את אמצע הגובה מ-A (כשגובה זה קטע מהקודקוד עד הבסיס), ונסמן ב-α את הישר שעובר דרך A' ומקביל לישר OA. באופן דומה נגדיר גם ישרים β ו-γ. הראו שהישרים α, β ו-γ נפגשים בנקודה אחת.

6. במשולש ABC התיכושקפים נפגשים בנקודה K (להזכירכם, תיכושקף במשולש הוא שיקוף של תיכון ביחס לחוצה זווית מאותו הקדקוד). עקבי האנכים מנקודה K לצלעות של משולש ABC הם D, E ו-F. הוכיחו כי K היא נקודת מפגש התיכונים במשולש DEF.