תרגיל 1

1. על קו המשווה של כוכב לכת מרוחק צומחים מספר עצים, וכולם באותו גובה. אם כל העצים יפלו מערבה, הם יכסו 100 קילומטרים מקו המשווה. האם אפשר לטעון שגם אם כל העצים יפלו מזרחה, הם יכסו אותו אורך?

2. איליה ותומר מחלקים עוגה מישורית בצורת משולש. איליה מסמן נקודה על העוגה. תומר חותך את העוגה בקו ישר לשני חלקים דרך הנקודה שאיליה סימן, ואוכל את אחד משני החלקים. איליה אוכל את החלק השני שנשאר לו. בהנחה ששניהם מאוד אוהבים עוגות וטובים בגיאומטריה, איזה חלק מהעוגה יקבל כל אחד מהם?

3. קדחו N^3 קוביות ($N>1$) זהות לאורך האלכסונים הראשיים, השחילו אותן על חוט וקשרו את החוט, כך שנוצרה מחרוזת ללא רווחים. עבור איזה N ניתן לסדר את המחרוזת לקובייה $N\times N\times N$?

4. במישור סומנו 5776 ריבועים, כאשר צלעות כל ריבוע מקבילות לצלעות של כל ריבוע אחר, וכולם באותו גודל. נניח כי מבין כל 17 ריבועים יש 4 שיש להם נקודה משותפת. הוכיחו כי ניתן לסמן 14 נקודות, כך שכל ריבוע מכיל נקודה מסומנת.

5. משולש נקרא חד-זוויות אם כל הזוויות שלו חדות. במישור סומנו 100 נקודות, אף 3 מהן לא על ישר אחד. הראו שלכל היותר 70% מהמשולשים שקודקודיהם נקודות מסומנות הם חדי זוויות.

6. נתונה קבוצה S של n ווקטורים לא אפסיים במישור. לכל תת-קבוצה של הקבוצה ניתן לחשב את אורך סכום הווקטורים שלה. תת-קבוצות שנותנות את אורך סכום הווקטורים הגדול ביותר נקראות תתי-קבוצות קיצוניות. מצאו את הכמות הגדולה ביותר של תתי-קבוצות קיצוניות שיכולה להיות (התשובה תלויה ב-n).