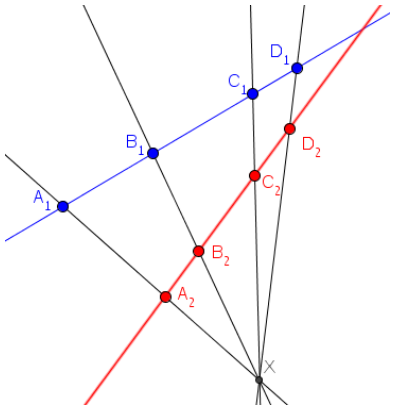
תזכורת על טענות שימושיות:



1. הטלה שומרת יחס כפול:

$$[A_1,B_1;C_1,D_1]=[A_2,B_2;C_2,D_2]$$

כלומר, בקטעים מכוונים

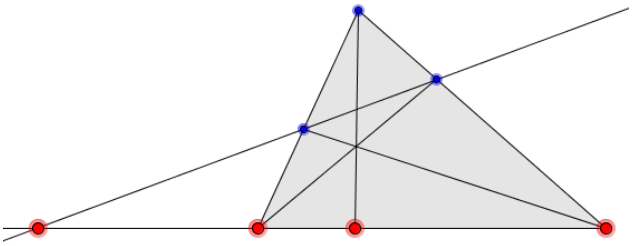
$$\frac{A_1C_1}{B_1C_1}\Big/\frac{A_1D_1}{B_1D_1}=\frac{A_2C_2}{B_2C_2}\Big/\frac{A_2D_2}{B_2D_2}$$

בקואורדינאטות, העתקה פרויקטיבית מישר לישר מתוארת בנוסחה $t\mapsto\frac{\alpha t+\beta}{\gamma t+\delta}$.

2. כאשר יחס כפול שווה -1 הרביעייה נקראת רביעייה הרמונית.

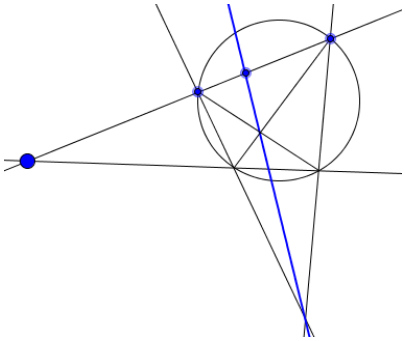
קצוות הקטע, אמצע הקטע ונקודה אינסופית זו דוגמה ראשונה לרביעייה הרמונית.

יחס כפול של רביעיית ישרים שעוברים בנקודה O זה יחס כפול של נקודות חיתוך שלהם עם ישר חמישי כלשהו לא דרך O. בדומה מוגדרת רביעייה הרמונית של ישרים. מסתבר כי כל שני ישרים יחד עם שני חוצי הזוויות שלהם יוצרים רביעייה הרמונית של ישרים.



משילוש של משפט צ'בה ומנלאוס מקבלים רביעייה הרמונית.

3. דואליות ביחס למעגל שמרכזו O: הישר p דואלי לנקודה P שאינברסית ביחס למעגל לעקב האנך מ-O ל-p. דואליות מחליפה בין נקודות לישרים, בצורה שהופכת קשר של הכלה.



4. הנקודות הכחולות בציור הן רביעיה הרמונית, ונקודה כחולה מחוץ למעגל דואלית לישר הכחול.

5. בהינתן נקודה ושניונית, ניתן להגדיר ישר דואלי כך: מעבירים ישרים דרך נקודה נתונה, ובכל ישר משלימים שלישיה המורכבת משתי נקודות החיתוך עם השניונית והנקודה הנתונה לרביעייה הרמונית. מקום גיאומטרי של נקודות אלו הוא הישר הדואלי. הגדרה זו ניתן ליישם גם כאשר השניונית מנוונת (כלומר היא זוג ישרים), אבל במקרה זה הדואליות לא הפיכה.

6. משפט פוירבאך: בכל משולש מעגל אויילר נקודות משיק למעגל חסום. נקודת ההשקה נקראת נקודת פוירבאך.