משוואות פונקציונליות.

בתרגילים הבאים צריך למצוא את כל הפונקציות המקיימות את התנאים הנתונים.

הפונקציה היא מהממשיים לממשיים, אלא אם נאמר אחרת.

1. $f:\mathbb{Q}^+\to\mathbb{Q}^+$, $f(x+1)=f(x)+1$ וגם $f(x^2)=f(x)^2$.
2. $f(f(x)+y)=f(x^2-y)+4f(x)y$.
3. $f(f(x)+y)=2x+f(f(y)-x)$.
4. $f((x-y)^2)=x^2-2yf(x)+f(y)^2$.
5. $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}\quad f\big(f(m)+f(n)\big)=m+n$
6. $f(x+y^2)=f(x)+|yf(y)|$.
7. $f\big(x+f(y)\big)=f(x+y)+f(y)$, **כאשר f רציפה.**
8. $f\big(xf(x)+f(y)\big)=f(x)^2+y$.
9. $f\big(x^2+f(y)\big)=f(x)^2+y$.
10. $\big(f(x)+f(z)\big)\big(f(y)+f(t)\big)=f(xy-zt)+f(xt+yz)$.
11. $f\big(f(x)\big)=x^2-2$.
12. $f\big(xf(x+y)\big)=f\big(yf(x)\big)+x^2$.
12. $f:\mathbb{N}_0\to\mathbb{N}_0\quad mf(n)+nf(m)=(m+n)f(m^2+n^2)$
13. $f(x+y)+f(x)f(y)=f(xy)+2xy+1$.
14. $f(x^3+y^3+xy)=x^2f(x)+y^2f(y)+f(xy)$.

בתאבון!