שאלות על זהויות

0. חשבו את $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+...+\frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$ ללא מחשבון.

1. פשטו את הביטוי $\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}$

2. פשטו את הביטוי: $\frac{1}{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{20}+\sqrt[3]{25}}+\frac{1}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{12}+\sqrt[3]{16}}+\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{9}}$.

3. פשטו את הביטוי: $\frac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{\sqrt{2}+1}}+\frac{\sqrt{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}{\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}}+\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$.

4. הוכיחו כי $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}=\frac{1}{51}+\frac{1}{52}+...+\frac{1}{100}$.

5. חשבו את ערך הביטוי $\frac{\frac{1}{1\cdot 100}+\frac{1}{2\cdot 99}+\frac{1}{3\cdot 98}+...+\frac{1}{49\cdot 52}+\frac{1}{50\cdot 51}}{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+...+\frac{1}{98}+\frac{1}{99}+\frac{1}{100}}$.

6. חשבו את $\frac{729}{1729}+\frac{729\cdot 728}{1729\cdot 1728}+\frac{729\cdot 728\cdot 727}{1729\cdot 1728\cdot 1727}+...$.

7. הוכיחו כי $\sum_{cyc}\frac{\left(a^2+bc\right)\left(b^2+ac\right)}{\left(a+c\right)\left(b+c\right)}=a^2+b^2+c^2$.

8. חשבו את

$$\arctan\left(\frac{1}{2\cdot 1^2}\right)+\arctan\left(\frac{1}{2\cdot 2^2}\right)+\arctan\left(\frac{1}{2\cdot 3^2}\right)+...+\arctan\left(\frac{1}{2\cdot n^2}\right).$$