תרגיל 5

1. הראו שלא קיימים k,m שלמים חיוביים ו-p ראשוני עבורם $\sqrt[3]{k}+\sqrt[3]{m}=\sqrt[3]{p}$.

2. איזה מספרים טבעיים n ניתן להציג כסכום של ארבעה מספרים שלמים חיוביים $n=a+b+c+d$, כך שמתקיים $ab=cd$?

3. הוכיחו שהמספרים הבאים אינם ראשוניים ללא שימוש במחשבון או מחשב:
א. 8027. **ב.** 104060509. **ג.** $512^3+675^3+720^3$. **ד.** 1280000401.

4*. הוכיחו שלכל $k>2$ המספר $2^{2^k-1}-2^k-1$ אינו ראשוני.

5. הראו שלכל k טבעי ו-p ראשוני למספר $(kp)^p-1$ יש גורם ראשוני q עבורו $q-1$ מתחלק ב-p. הסיקו (ללא שימוש במשפט דיריכלה) שלכל p ראשוני קיימים אינסוף מספרים ראשוניים מהצורה $np+1$, כאשר n מספר טבעי.

6*. הוכיחו כי כל ראשוני p, קיים ראשוני q עבורו לאף n טבעי n^p-p לא מתחלק ב-q.