תרגיל 18

1. על הצלעות של ריבוע ABCD נבנו משולשים משוכללים ABE, BCF, כאשר E נמצאת בתוך הריבוע, ו-F מחוץ הריבוע ABCD. הראו שהנקודות D, E, F נמצאות על ישר אחד.

2. במשולש ABC חוצי הזוויות נפגשות בנקודה I. נקודות P ו-Q נמצאות על הצלעות AB ו-AC, כך ש-PIQA מעוין. הראו שנקודת מפגש של PQ ו-BI נמצאת על המעגל החוסם של ABC.

3. במשולש ABC, $\sphericalangle B = 60^\circ$, מעבירים חוצי זוויות AK ו-CM (כאשר K ו-M על צלעות המשולש). הוכיחו שהנקודה הסימטרית ל-B ביחס ל-KM נמצאת על AC.

4. במשולש ABC על הצלעות AB ו-BC נלקחו נקודות K ו-L בהתאמה, כך שמתקיים $AK = KL = LC$. דרך נקודת מפגש של AL ו-CK מעבירים ישר, שמקביל לחוצה הזוויות של B, שפוגש את הישר AB בנקודה M. הוכיחו כי $AM = BC$.

5. שני מעגלים α ו-β נחתכים בנקודות M ו-N. הישר AB משיק ל-α ול-β בנקודות A ו-B בהתאמה, כאשר M יותר קרובה ל-AB מאשר N. הישר CD עובר דרך M ומקביל ל-AB, כאשר C נמצאת על α ו-D על β. הישרים AC ו-BD נפגשים ב-E, הישרים AN ו-CD נפגשים ב-P, הישרים BN ו-CD נגשים ב-Q.

א. הראו כי $EP = EQ$.

ב. הראו כי $\sphericalangle CNE = \sphericalangle DNE$.

6. במשולש חד-זוויות ABC, יהי O מרכז העיגול החוסם ו-H נקודת מפגש הגבהים. הראו שקיימות נקודות D, E, F על הצלעות BC, AC, AB בהתאמה, כך שהישרים AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת, ובנוסף $OD + DH = OE + EH = OF + FH$.