תרגיל 10

1. בהנחה ש-$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=2$, הוכיחו כי $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma\le\sqrt{5}$.

2. משושה שווה-צלעות ABCDEF קמור (לאו דווקא משוכלל) חסום במשולש משוכלל (על כל צלע של משולש נמצאים שני קודקודים של משושה). הראו כי AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת.

3. האם אפשר לסמן מספר סופי של נקודות במישור, כך שבמרחק 1 מכל נקודה מסומנת נמצאות בדיוק 4 נקודות מסומנות?

4. מצולע משוכלל $A_1A_2...A_n$ חסום במעגל שרדיוסו R. הראו שלכל נקודה P במישור,
$$PA_1+PA_2+...+PA_n\ge nR.$$

5. א. הראו כי $|a|+|b|+|c|+|a+b+c|\ge|a+b|+|a+c|+|b+c|$, לכל 3 ווקטורים a,b,c במישור.

ב. הראו שלכל 5 נקודות במישור, A, B, C, P, Q מתקיים אי-שוויון:
$$AB+BC+CA+PQ\le AP+BP+CP+AQ+BQ+CQ.$$

ג. האם שני הסעיפים הקודמים נכונים רק במישור, או גם במרחב תלת-מימדי?

6. תיכונים מחלקים את המשולש ל-6 משולשים קטנים יותר. הראו, שמרכזי המעגלים החוסמים של 6 המשולשים הקטנים נמצאים על מעגל אחד.