<u>סריגים</u>

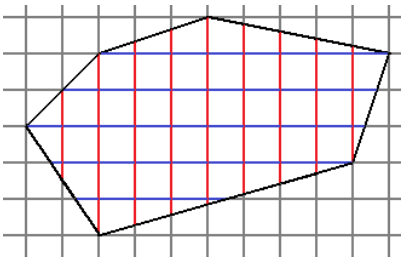
1. נתון מספר טבעי n. מהי הכמות הגדולה ביותר של נקודות שלמות שיכולות להיות בתוך ריבוע שאורך הצלע שלו n? הריבוע לא חייב להיות מקביל לצירים.

2. מהו השטח הקטן ביותר של מחומש קמור בעל קודקודים שלמים?

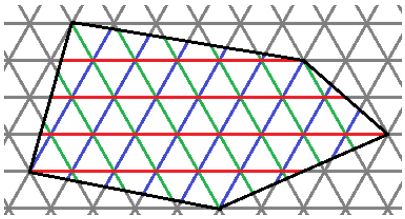
3. A היא קבוצה בת 60 נקודות במישור. B היא קבוצה של כל המספרים שמייצגים את המרחקים בין שתי נקודות שונות של A. האם מספר האיברים ב-B יכול להיות:

א. פחות מ-50?

ב. פחות מ-25?



4. א. בציור הראשון מצולע בעל קודקודים שלמים; אין לו צלעות אופקיות ואנכיות. הוכיחו כי סכום קווי רשת האופקיים שמוכלים במצולע שווה לסכום קווי רשת האנכיים שמוכלים במצולע.



ב. נסחו והוכיחו טענה דומה לסריג משולשי.

5. נתון משולש ABC בעל קודקודים שלמים, שעל צלעותיו אין נקודות שלמות, ובתוכו יש נקודה שלמה אחת בלבד M. הוכיחו כי M היא נקודת מפגש התיכונים של ABC.

6. נתון משולש עם קודקודים שלמים, כך שבחלק הפנימי שלו יש לפחות שתי נקודות שלמות. הוכח\י כי קיים ישר שעובר דרך שתי נקודות שלמות פנימיות שמקביל לאחת הצלעות של המשולש או עובר דרך אחד הקודקודים של המשולש.

7. נתון משולש שקודקודיו הם נקודות שלמות ואין על צלעותיו נקודות שלמות נוספות. בתוך משולש זה יש בדיוק 4 נקודות שלמות שונות. האם 4 הנקודות הללו נמצאות בהכרח על ישר אחד?

8. א. האם קיים מחומש שווה צלעות בעל קודקודים שלמים?

ב. לאילו n קיים מצולע שווה צלעות עם n צלעות על שקודקודיו נמצאים על סריג משולשים?

9. צריח צולע, שעושה מהלכים למשבצת סמוכה במאונך או במאוזן, ב-64 מהלכים עבר על כל המשבצות של לוח שח 8×8 וחזר למשבצת התחלתית.
הוכיחו שכמות המהלכים האופקיים שונה מכמות המהלכים האנכיים.

10. ניקח מישור π ב-$\mathbb{R}^3$ שעובר דרך 0. הראו שהשטח הקטן ביותר של מקבילית עם נקודות שלמות שמוכלת ב-π שווה לאורך הווקטור השלם הקצר ביותר שמאונך ל-π.



11. הוכיחו כי לכל N טבעי, קיים מעגל שנמצאים עליו
א. לפחות N נקודות שלמות.
ב*. בדיוק N נקודות שלמות.