

1. א. במשושה חסום ABCDEF מתקיים $AB = BC\ ,\ CD = DE\ ,\ EF = FA$. הוכיחו כי $2S_{BDF} = S_{ABCDEF}$.

ב. במשושה ABCDEF מתקיים $AB = BC\ ,\ CD = DE\ ,\ EF = FA$, ובנוסף $\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F$. הוכיחו כי $2S_{BDF} = S_{ABCDEF}$.

2. נתון במשושה קמור ABCDEF.

א. כל אחד מבין האלכסונים AD, BE, CF מחלקים את המשושה לשני חלקים שווי שטח. הוכיחו כי האלכסונים AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת.

ב. כל קטע אמצעים, שמחבר את אמצעי הצלעות הנגדיות, מחלק את המשושה לשני חלקים שווי שטח. הוכיחו כי הקטעים האמצעים האלה נפגשים בנקודה אחת.

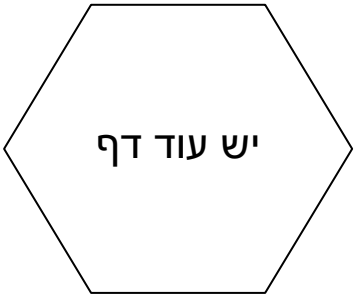
3. במשושה ABCDEF מתקיים $AB = BC\ ,\ CD = DE\ ,\ EF = FA$.
הוכיחו כי AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת, אם נתון בנוסף כי

א. $\sphericalangle A = \sphericalangle C = \sphericalangle E = 90^\circ$. **ב.** $\sphericalangle A = \sphericalangle C = \sphericalangle E$.

4. האורך של כל צלע במשולש ABCDEF קטן מ-1. האם יתכן שאורכי כל האלכסונים AD, BE, CF גדולים מ-2 ?

5. בממלכה מספר סופי של ערים נקודתיות, ומרחקים בין כל זוגות הערים שונים (על מנת לחסוך את ההתלבטות לטייסים). בבוקר בהיר אחד מכל עיר יצא מטוס אחד, וטס לעיר הקרובה ביותר. האם יתכן שבאותה עיר נחתו מעל 5 מטוסים?

6. משושה ABCDEF שווה-צלעות (אבל לאו דווקא משוכלל). נשקף כל קודקוד ביחס לישר, שמחבר את שני הקודקודים הסמוכים אליו: כך נקבל מ-A את 'A, מ-B את 'B וכו'. הראו כי המשולשים 'A'C'E ו-'B'D'F חופפים. האם מתקיימת טענה דומה עבור משושים שאינם בהכרח שווה צלעות?



דף שני

1. על הצלעות של משושה משוכלל נבחרו 3 נקודות פנימיות, שהן קודקודים של משולש משוכלל. האם בהכרח למשולש ולמשושה יש מרכז משותף?

2. במשושה ABCDEF כל שתי צלעות נגדיות מקבילות:
$AB \parallel DE, BC \parallel EF, CD \parallel FA$.
הוכיחו כי $S_{ACE} = S_{BDF}$.

3. במשולש ABC הגבהים הם CC_1 , BB_1 , AA_1. מרכזי המעגלים החסומים במשולשים CA_1B_1 , BC_1A_1 , AB_1C_1 הם I_C , I_B , I_A בהתאמה. המעגל החסום במשולש ABC משיק בנקודות T_C , T_B , T_A לצלעות AB , AC , BC בהתאמה.
הוכיחו כי המשושה $I_BT_AI_CT_BI_AT_C$ שווה-צלעות.

4. משושה ABCDEF קמור וחסום במעגל. בנוסף מתקיימים התנאים:
$2 \cdot AB \cdot CD = BC \cdot AD$, $2 \cdot CD \cdot EF = DE \cdot CF$, $2 \cdot EF \cdot AB = FA \cdot BE$.
הוכיחו כי האלכסונים AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת.

5. יהא ABC משולש בו $\sphericalangle ACB = 90^\circ$, ויהא D עקב הגובה מ-C. תהא X נקודה על הקטע הפתוח CD. תהא K הנקודה על הקטע AX עבורה BC = BK. בדומה, תהא L הנקודה על הקטע BX עבורה AC = AL. תהא M נקודת החיתוך של AL ו-BK.
הוכיחו כי MK = ML.

6. במשושה ABCDEF מתקיים EF = BC , CD = FA , AB = DE , ובנוסף $\sphericalangle B - \sphericalangle E = \sphericalangle F - \sphericalangle C = \sphericalangle D - \sphericalangle A$. הראו כי AD, BE, CF נפגשים בנקודה אחת.

בתאבון