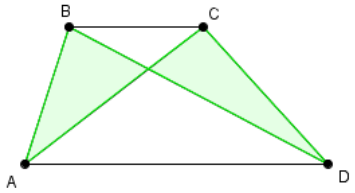
תרגיל שטחים



1. נתון טרפז $ABCD$. הוכח כי שני המשולשים המסומנים בירוק הינם שווי שטח.

2. א. נקודה נמצאת בתוך משולש שווה צלעות. הוכח כי סכום המרחקים ממנה לצלעות המשולש שווה לגובה המשולש.
ב. כיצד להכליל את הטענה למקרה של נקודה מחוץ למשולש?
ג. כיצד להכליל את הטענה למקרה של משולש כללי – לא בהכרח שווה צלעות?

3. בתוך מצולע משוכלל בעל $2N$ צלעות נבחרה נקודה. מחברים את הנקודה לכל קודקודי המצולע, כך שנוצרים $2N$ משולשים. משולשים אלה נצבעו באדום וכחול לפי "צביעת שחמט" – כל שני משולשים סמוכים הינם בצבעים הפוכים. הוכח כי סכום שטחי המשולשים בצבע כחול שווה לסכום שטחי המשולשים בצבע אדום.

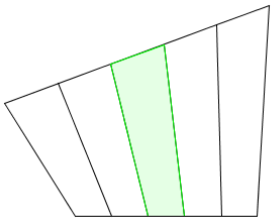
4. במשושה $ABCDEF$ הצלעות המנוגדים מקבילים זה לזה, כלומר $AB \parallel DE$, $BC \parallel EF$ ו-$CD \parallel FA$. הוכח כי המשולשים ACE ו- BDF הינם שווי שטח.

5. במצולע קמור חסום מעגל (שמשיק לכל צלעותיו). הוכח שאם קו ישר חוצה את השטח ואת ההיקף של המצולע (כלומר מחלק את כל אחד מהם לשני חלקים שווים), אז הישר הזה עור דרך מרכז המעגל.

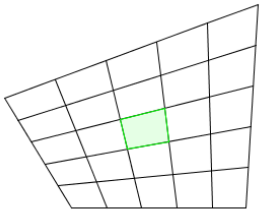
6. במשולש ABC נתונים אורכי הצלעות $a = BC$ ו-$b = AC$. נקודה D נמצאת על הצלע AB, ונתונים לנו ערכי הזוויות $\angle BCD = \varphi$, $\angle ACD = \psi$. אורך הקטע $l = CD$ אינו נתון. מצא נוסחא ל-l באמצעות a, b, φ, ψ.

7. מצולע $A_1A_2A_3...A_{2n}$ חסום במעגל. נתונה נקודה B על אותו המעגל. המרחקים מנקודה B לישרים A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{2N-1}A_{2n}$, $A_{2n}A_1$ שווים d_1, d_2, d_3, ..., d_{2n} בהתאמה.
הוכח כי $d_1 \cdot d_3 \cdot ... \cdot d_{2n-1} = d_2 \cdot d_4 \cdot ... \cdot d_{2n}$.

תרגיל שטחים



8. א. במרובע כל אחת בין שתי צלעות נגדיות חולקה ל-5 חלקים שווים, ונקודות החלוקה המתאימות חוברו. כך המרובע חולק ל-5 חלקים מרובעים. הוכח כי שטח המרובע האמצעי שווה לממוצע של שטחי חמישה המרובעים שנוצרו.



ב. נניח שגם שתי צלעות אחרות חולקו לחמישה חלקים שווים כל אחת, וגם נקודות החלוקה בשני הצלעות האחרות חוברו באותה צורה. אז המרובע חולק ל-25 מרובעים. הוכח כי שטח של המרובע המסומן בירוק שווה לממוצע שטחים של 25 המרובעים.

9. נקודה O מהווה מרכז מעגל שחסום במרובע $ABCD$. אמצעי האלכסונים של המרובע מסומנים ב- M ו- N. הוכח כי הנקודות N, O ו- M נמצאות על ישר אחד.

10. הוכח כי לכל מחומש קמור $ABCDE$, שטחו קטן או שווה לסכום שטחי המשולשים ABC, BCD, CDE, DEA, EAB.