למצוא פונקציות

1. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x,y,z\in\mathbb{R}$
$$f(xy)+f(xz)-f(x)\cdot f(yz)\geq 1$$

2. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x,y,z\in\mathbb{R}$
$$x\cdot f(y)+y\cdot f(z)+z\cdot f(x)=x\cdot f(z)+z\cdot f(y)+y\cdot f(x).$$

3. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x,y\in\mathbb{R}$
$$f(f(x)+y)=f(x^2-y)+4y\cdot f(x).$$

4. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, המקיימות
$$f(f(n))=n \text{ לכל } n\in\mathbb{Z}$$
$$f(f(n+2)+2)=n \text{ לכל } n\in\mathbb{Z}$$
$$f(0)=1.$$

5. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, המקיימות
$f((x+z)(y+z))=(f(x)+f(z))\cdot f(y)$ לכל x,y,z ממשיים.

6. מצאו את כל הפונקציות (א) $f:\mathbb{Z}_{\geq 0}\to\mathbb{Z}_{\geq 0}$ (ב) $f:\mathbb{R}_{\geq 0}\to\mathbb{R}_{\geq 0}$
המקיימות $x\cdot f(y)+y\cdot f(x)=(x+y)f(x^2+y^2)$.

7. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{Z}_{\geq 0}\to\mathbb{Z}_{\geq 0}$ כך ש-
$$f(a^2+f(b)+c)=a\cdot f(a)+f(b+c).$$

8. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, המקיימות
$f(x+f(y))=y^2+f(x)$ לכל x,y ממשיים.

9. למצוא שלשות של פונקציות $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, שמקיימות לכל $x\neq 0$, $y\in\mathbb{Z}$:
$$x\cdot f(2f(y)-x)+y^2 f(2x-f(y))=\frac{(f(x))^2}{x}+f(y\cdot f(y)).$$
לכל $x\neq 0$ ולכל y שלם.

3. מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x,y\in\mathbb{R}$
$f\left(f\left(x+y\right)\right)=f\left(x+y\right)+f\left(x\right)\cdot f\left(y\right)-xy$.

מצאו את כל הפונקציות $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימות עבור כל $x,y,z\in\mathbb{R}$
$f\left(f\left(x\right)+yz\right)=x+f\left(y\right)\cdot f\left(z\right)$

למצוא שלשות של פונקציות $f,g,h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, שמקיימות
$f\left(h\left(g\left(x\right)\right)+y\right)+g\left(z+f\left(y\right)\right)=h\left(y\right)+g\left(y+f\left(z\right)\right)+x$
לכל x,y,z ממשיים.