תרגיל 2

1. נקודה O נמצאת בתוך מרובע ABCD. נתון כי קיימים ארבעה מעגלים שונים בעלי אותו רדיוס, שכל אחד מהם עובר דרך O ומשיק לשתי צלעות סמוכות של משולש ABCD. הוכיחו כי המרובע ABCD חסום.

2. נתון משולש ABC, ונקודות K, N, M על הצלעות BC, AB, AC בהתאמה, כך ש- $\sphericalangle BKN = \sphericalangle BAC = \sphericalangle CKM$. נסמן ב-I את נקודת המפגש של BM ו-CN. הוכיחו כי המרובע MINA חסום במעגל.

3. על הצלעות AB ו-CD של ריבוע ABCD נבחרו נקודות K ו-L בהתאמה. על הקטע KL נבחרה נקודה M. הוכיחו כי המעגלים החוסמים של המשולשים AKM, CLM נפגשים גם בנקודה שנמצאת על האלכסון AC.

4. במרובע ABCD חוצי זויות של הזוויות החיצוניות הם $\ell_A, \ell_B, \ell_C, \ell_D$ בהתאמה. זוגות ישרים ℓ_A ו-ℓ_B , ℓ_B ו-ℓ_C, ℓ_C ו-ℓ_D, ℓ_D ו-ℓ_A נחתכים בנקודות P, Q, R, S בהתאמה. הוכיחו כי אם האנכים מנקודות P, Q, R לצלעות AB, BC, CD בהתאמה נפגשים בנקודה אחת, אז המרובע ABCD חסום.

5. המעגל α משיק באופן חיצוני למעגל β, שמשיק באופן חיצוני למעגל γ, שמשיק באופן חיצוני למעגל δ, שמשיק באופן חיצוני למעגל α. הוכיחו כי הארבעה הישרים שהם המשיקים הפנימיים המשותפים לזוגות מעגלים משיקים אלה כולם עוברים בנקודה אחת, או שכולם משיקים לאותו המעגל.

6. מעגל שעובר דרך נקודות A ו-B של משולש ABC חותך את הצלע BC בנקודה D. מעגל נוסף שעובר דרך נקודות B ו-C חותך את הצלע AB ב-E וחותך את המעגל הראשון פעם נוספת ב-F. בנוסף נתון כי הנקודות A, E, D, C נמצאות על מעגל שמרכזו O. הוכיחו, כי הזווית BFO ישרה.