תרגיל 1

1. א. כמה דרכים יש לצבוע קוביה ב-6 צבעים שונים נתונים, שכל פאה תהיה בצבע שונה? הצביעות שנבדלות רק בסיבוב נחשבות שקולות.
ב. אותה שאלה עבור כל 4 הפאונים המשוכללים האחרים: חשב/י את כמות הצביעות של ארבעון משוכלל ב-4 צבעים נתונים, של תמניון משוכלל ב-8 צבעים, תריסרון משוכלל ב-12 צבעים, ועשרימון ב-20 צבעים.

2. מספר חיובי שלם שקטן מ-10^6 יקרא מוצלח, אם סכום ספרותיו מתחלק ב-13. הוכח/י כי סכום המספרים המוצלחים
א. מתחלק ב-13.
ב. מתחלק ב-169.

3. פיצה מחולקת ל-p "משולשים" שווים (כאשר p ראשוני), ועל כל משולש אפשר לשים אחת מ-a תוספות. כמה פיצות שונות אפשר לייצר? (פיצות שנבדלות רק בסיבוב נחשבות לשקולות).

4. p ראשוני אי-זוגי. כמה תתי-קבוצות יש בקבוצה $\{1,2,3,...,2p\}$ שסכום איבריהם מתחלק ב-p?

5. בשורה N מקומות חנייה. בכניסה כל רכב מקבל פתק עם מספר המקום שבו הוא אמור לחנות. המכונה שמחלקת פתקים מגרילה כל פעם מספר מ-1 עד N עם סיכויים שווים, בלי קשר לפתקים הקודמים (יתכן ששני רכבים יקבלו אותו מספר). כל רכב מגיע למקום המיועד לו לפי הפתק, ומנסה לחנות שם; אם המקום תפוס, אז הוא מתקדם למקום הבא ומנסה לחנות בו, וכך הלאה. אם רכב מסוים מגיע למקום N ולא מצליח לחנות שם, הוא יוצא מהחניון. מה הסיכוי לכך, ש-K רכבים יגיעו לחניון ריק וכולם יצליחו לחנות?

6. נתונה חפיסה רגילה של 52 קלפים (בחפיסה יש קלפים מ-4 צבעים, ובכל צבע יש קלפים שמייצגים 13 מספרים). נגיד שהחפיסה מסודרת נכון אם מתקיימים 3 תנאים:
כל שני קלפים צמודים הם בעלי אותו מספר או אותו צבע,
הקלף העליון והקלף התחתון גם הם בעלי אותו מספר או אותו צבע,
הצבע של הקלף העליון הוא תלתן, ומספר שרשום עליו הוא 1.
הוכח/י שכמות הדרכים לסדר את החפיסה נכון
א. מתחלקת ב- !12 .
ב. מתחלקת ב- !13 .