1. בכל חדר בבית יש מספר זוגי של דלתות. הוכח כי לבית יש מספר זוגי של כניסות.

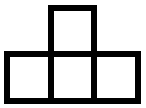
2. נניח כי המספרים $a_1, a_2, ..., a_{11}$ הם תמורה של מספרים $b_1, b_2, ..., b_{11}$.
האם $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \cdot ... \cdot (a_{11} - b_{11})$ הוא זוגי או אי-זוגי?

3. קוביית גבינה 3×3×3 מורכבת מ-27 קוביות קטנות 1×1×1. עכבר אוכל את הקובייה הגדולה, כאשר בכל דקה הוא אוכל קובייה קטנה אחת. בכל פעם הוא אוכל קובייה שהייתה לה פאה משותפת עם הקובייה הקודמת שנאכלה. ב-27 דקות הוא מסיים את הקובייה הגדולה.
האם יתכן שהוא מתחיל לאכול מהקוביה הפינתית, ומסיים בקובייה המרכזית?

4. מלך שחמט, כידוע, יכול לזוז למרחק של משבצת אחת במאונך, במאוזן או באלכסון. יוסי הצליח להעביר את המלך על כל משבצת של לוח שח רגיל (8×8) פעם אחד בדיוק ולהחזיר אותו בסוף למשבצת שממנה הוא התחיל. האם יתכן שמספר המהלכים האלכסוניים שהוא ביצע שווה ל-17?

5. ג'ירפה זה כלי שחמט שמכליל פרש: היא הולכת a משבצות במאונך ו-b משבצות במאוזן או להפך, כאשר המספרים a, b נקבעו מראש (למשל פרש זה ג'ירפה עבור 1, 2). האם ג'ירפה כלשהי יכולה לחזור למקומה לאחר 137 מהלכים בלוח משבצות אינסופי?

6. א. מלוח שח רגיל (8×8) הורידו שתי משבצות פינתיות מנוגדות. האם אפשר לחלק את שארית הלוח למלבנים שמורכבים משתי משבצות (דומינו)?
ב. מה היה קורה אם היינו מורידים שתי משבצות אחרות? לאיזה זוג משבצות היה אפשר לחלק את הלוח למלבנים כאלה, ולאיזה לא?



7. כמה צורות של 4 משבצות מהסוג שמופיע בציור ניתן לחתוך מתוך דף משבצות 10×10? (מותר לסובב את הצורה.)

8. על לוח שח 8×8 עומדים כלים. בכל שורה ובכל עמודה יש מספר אי זוגי של כלים. הוכח/י כי במשבצות שחורות יש מספר זוגי של כלים.

9. 100 גמדים עומדים בתור ומסתכלים קדימה. על ראש של כל אחד מהם מלבישים כובע, שהוא שחור או לבן. כל אחד רואה את הכובעים של אלה שלפניו. לפי הסדר, כל אחד מנסה לנחש את הצבע של הכובע שלו: מתחילים באחרון ומתקדמים קדימה. מי שלא מצליח לנחש נכון, נאכל על ידי הדרקון. כמה גמדים יוכלו לשרוד?
הערה. הגמדים טובים בחשבון.

10. לקרנף יש קמטי עור אופקיים ואנכיים, חלקם בצד ימין וחלקם בצד שמאל, סך הכל 17 קמטים. אם הקרנף מגרד את אחד הצדדים שלו על עץ, אז שני קמטים אופקיים או שני קמטים אנכיים על הצד הזה נעלמים, ועל הצד השני מופיעים קמט אחד אופקי וקמט אחד אנכי. אם אין שני קמטים באותו כיוון, אז שום דבר לא קורה. הקרנף גירד את עצמו מספר פעמים. האם יכול להיות שעכשיו בכל צד מספר הקמטים האנכיים זהה למספר הקמטים האופקיים שהיו לפני זה, ומספר הקמטים האופקיים זהה למספר הקמטים האנכיים שהיו לפני זה?

11.** הוכח שמתוך 50 אנשים תמיד יש שניים שיש להם מספר זוגי (אולי 0) של חברים משותפים מתוך 48 אנשים האחרים.

בתיאבון!