תרגיל במשפט פונסלה

1. א. במשולש רדיוס המעגל החוסם R, של החסום r, ומרחק בין המרכזים d. הוכיחו כי $\frac{1}{R+d}+\frac{1}{R-d}=\frac{1}{r}$.

ב. אם המשולש מוחלף במרובע, אז $\frac{1}{(R+d)^2}+\frac{1}{(R-d)^2}=\frac{1}{r^2}$.

2. נתונה אליפסה. נבנה שרשרת $A_1, A_2, ..., A_{2n+1}$ של נקודות שונות על האליפסה, כך שהקטעים $A_{2k}A_{2k+1}$ אופקיים, והקטעים $A_{2k-1}A_{2k}$ אנכיים.הוכיחו כי עם $A_1 = A_{2n+1}$ אז לכל שרשרת $B_1, B_2, ..., B_{2k+1}$ מאותו סוג על אותה האליפסה $B_1 = B_{2k+1}$.

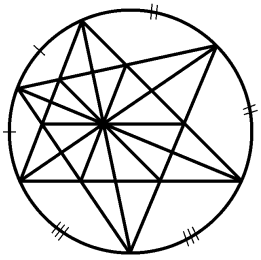
3. הוכיחו כי אם כל ישרי הצלעות של משולש ABC משיקים לפרבולה, אז המעגל החוסם של ABC עובר דרך המוקד של הפרבולה.

4. תוכיחו שכל המלבנים שחוסמים אליפסה נתונה חסומים באותו מעגל.

5. אם מעגל עובר דרך שני המוקדים של האליפסה, אז יש נקודות A, B, C, D על המעגל כך שהישרים AB, BC, CD, DA משיקים כולם לאליפסה.

6. עם מעגל עובר דרך מוקד של אליפסה, ומרכזו במוקד השני של האליפסה, אז קיימות 6 נקודות A, B, C, D, E, F על המעגל כך שהישרים AB, BC, CD, DE, EF, FA כולם משיקים לאליפסה.

7. נתון משולש ABC. קודקודיו מחלקים את המעגל החוסם ל-3 קשתות, ועל הקשתות הללו יסומנו נקודות P, Q, R (בקשתות BC, AC, AB בהתאמה). הקטע PQ חותך את הקטע BC ב-U ואת הקטע AC ב-V. הקטע QR חותך את הקטע AC ב-W ואת AB ב-X. הקטע PR חותך את הקטע AB ב-Y ואת הקטע BC ב-Z.



הוכח\י כי UX, VY, WZ נפגשים בנקודה אחת.

8. יהיו V,U אליפסות, כך שקיים מרובע החוסם את U וחסום ב-V. תהי W אליפסה הדואלית ל- U ביחס ל-V. אז קיים משולש החוסם את U וחסום ב-W.