אי-שוויונים של ירדן

1. עבור מספרים אי-שליליים a,b,c המקיימים $ab+bc+ca\neq 0$, הוכיחו כי

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{3}{2}.$$

2. עבור a,b,c אי-שליליים המקיימים $ab+bc+ca\neq 0$, הוכיחו כי

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}+\sqrt{\frac{c}{a+b}}\geq 2.$$

3. עבור מספרים חיוביים a,b,c הוכיחו כי $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{a^3}\geq\frac{ab}{c^2}+\frac{ac}{b^2}+\frac{bc}{a^2}$.

4. עבור a,b,c ממשיים המקיימים $abc\neq 0$, הוכיחו כי

$$\frac{(a+b)^2}{c^2}+\frac{(a+c)^2}{b^2}+\frac{(b+c)^2}{a^2}\geq 2.$$

5. עבור מספרים אי-שליליים a,b,c המקיימים $a+b+c+abc=6$, הוכיחו כי

$$6a^3+6b^3+c^3\geq 20.$$

6. עבור a,b,c,d חיוביים, הוכיחו כי

$$\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+d}+\frac{d}{d+a}\geq\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d-2\cdot\sqrt[4]{abcd}}.$$

7. עבור a,b,c אי-שליליים המקיימים $a+b+c=1$, הוכיחו כי

$$\frac{ab}{c^2+1}+\frac{ac}{b^2+1}+\frac{bc}{a^2+1}\leq\frac{3}{10}.$$

8. עבור a,b,c חיוביים המקיימים $a+b+c=1$, הוכיחו כי

$$ab+\frac{1}{125abc}+1\geq\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-1}.$$

אי-שוויונים של רותם

1. יהיו a,b,c מספרים ממשיים שמקיימים $a+b+c+2=abc$. הוכיחו כי $|a|+|b|+|c|\geq 2$.

2. עבור a,b,c ממשיים המקיימים $abc\neq 0$, הוכיחו כי
$$\frac{(a+b)^2}{c^2}+\frac{(a+c)^2}{b^2}+\frac{(b+c)^2}{a^2}\geq 2.$$

3. נתונים n מספרים חיוביים $x_1,x_2,...,x_n$. הוכיחו כי קיימים $a_i\in\{-1,1\}$, עבורן
$$a_1x_1^2+a_2x_2^2+...+a_nx_n^2\geq(a_1x_1+a_2x_2+...+a_nx_n)^2.$$

4. עבור מספרים אי-שליליים a,b,c המקיימים $a+b+c+abc=6$, הוכיחו כי
$$6a^3+6b^3+c^3\geq 20.$$

5. עבור a,b,c לא שליליים המקיימים $a^2+b^2+c^2=3$, הוכיחו כי
$$a+b+c\geq 3\sqrt[76]{(abc)^{13}}.$$

6. עבור a,b,c,d חיוביים, הוכיחו כי
$$\frac{a}{a+b}+\frac{b}{b+c}+\frac{c}{c+d}+\frac{d}{d+a}\geq\frac{a+b+c+d}{a+b+c+d-2\sqrt[4]{abcd}}.$$

7. עבור a,b,c אי-שליליים המקיימים $a+b+c=1$, הוכיחו
$$\frac{ab}{c^2+1}+\frac{ac}{b^2+1}+\frac{bc}{a^2+1}\leq\frac{3}{10}.$$

8. עבור a,b,c ממשיים המקיימים $a^2+b^2+c^2=3$, הוכיחו כי
$$a^2b+b^2c+c^2a+3\geq a+b+c+ab+bc+ca.$$

9. עבור a,b,c חיוביים המקיימים $a+b+c=1$, הוכיחו כי
$$ab+\frac{1}{125abc}+1\geq\frac{3}{5}\sqrt[3]{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-1}.$$

10. בהינתן $a_1+a_2+...+a_n=0$, כאשר $n\geq 2$
$$(n-2)^2\left(a_1^2+a_2^2+...+a_n^2\right)\geq n(n-1)\left(a_1^3+a_2^3+...+a_n^3\right)^2.$$