תרגיל 9

1. הוכיחו כי 36^n+49^n-1 מתחלק ב-168 עבור כל $n>1$ שלם.

2. נניח כי $\frac{1}{a_1}+...+\frac{1}{a_n}=1$, כאשר a_i הם מספרים אי-זוגיים שונים. הוכיחו כי n אי-זוגי.

3. מצאו את כל הזוגות (p,q) של מספרים ראשוניים שונים, עבורם $(p-q)^3=p+q$.

4. נתונים מספרים ראשוניים $p_1<p_2<...<p_{31}$, עבורם $p_1^4+p_2^4+...+p_{31}^4$ מתחלק ב-30. הוכיחו שיש בין מספרים אלה שלושה מספרים ראשוניים עוקבים.

5. האם הסכום של
(א) 3 ריבועים עוקבים,
(ב) 6 ריבועים עוקבים,
(ג) 11 ריבועים עוקבים
יכול להיות ריבוע שלם?

6*. מצא את כל הפתרונות בשלמים למשוואה $a^3+c^3=2b^3$.