<u>תרגיל 8</u>

1. הוכיחו כי לכל $a\in\mathbb{R}$ מתקיים $\frac{a^6+a^4+a^2+1}{4}\geq\frac{a^5+a^3+a}{3}$.

2. בהינתן $abc=1$, $a,b,c\geq 0$.
הוכיחו כי $\frac{a^2}{1+2ab}+\frac{b^2}{1+2bc}+\frac{c^2}{1+2ca}\geq\frac{a}{ab+b+1}+\frac{b}{bc+c+1}+\frac{c}{ca+a+1}$.

3. בהינתן $x,y,z\geq 0$ הוכיחו $\frac{x}{1+x+xy}+\frac{y}{1+y+yz}+\frac{z}{1+z+zx}\leq 1$.

4. נתון פולינום $p(x)=x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+...+a_{n-1}x+1$ בעל מקדמים ממשיים, שכל השורשים שלו מספרים ממשיים קטנים מ-0. הוכיחו כי $p(2)\geq 3^n$.

5. לכל $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ הוכיחו
$4\left(a^4+b^4+c^4+d^4\right)+3\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)^2\geq 4\left(a+b+c+d\right)\left(a^3+b^3+c^3+d^3\right)$.

6*. בהינתן: $a,b,c,d>0$, $abcd=1$, הוכיחו:
$\sqrt{\left(a^2+1\right)\left(b^2+1\right)\left(c^2+1\right)\left(d^2+1\right)}+2\geq ab+ac+ad+bc+bd+cd$.