תרגיל 7

1. למרובעים $ABCD$ ו-$EFGH$ זוויות שוות בין האלכסונים. הוכיחו: יחס שטחיהם הוא כמו יחס בין מכפלות האלכסונים, כלומר $\frac{S_{ABCD}}{S_{EFGH}}=\frac{AC\cdot BD}{EG\cdot FH}$. (חשוב לשים לב, שהטענה מתקיימת גם למרובעים לא קמורים.)

2. במשושה $ABCDEF$ הצלעות הנגדיות מקבילות: ז. א. $AB\|DE$, $BC\|EF$, $FA\|CD$.
הוכיחו כי $S_{ACE}=S_{BDF}$.

3. נתון משושה קמור $ABCDEF$.
א. אם אמצעי האלכסונים AC, BD, CE, DF, FA, EB בסדר זה יוצרים משושה קמור, הוכיחו כי שטח המשושה החדש שווה ל- $\frac{1}{4}S_{ABCDEF}$.
ב. האם הקמירות חשובה בסעיף הקודם?
ג. הכלילו את סעיף א': מה יקרה אם מחלקים כל האלכסונים לא ביחס 1:1, אלה ביחס נתון α?

4. במשולש ABC נבחרו הנקודות K, L, M על הצלעות BC, AC, AB בהתאמה.
הוכיחו כי $S_{KLM}=\frac{AM\cdot BK\cdot CL+AL\cdot BM\cdot CK}{4R}$.

5. במרובע נתונים הזווית בין האלכסונים $\phi\neq 90^\circ$ ואורכי הצלעות a,b,c,d בסדר זה.
מצאו נוסחה לשטח המרובע באמצעות a,b,c,d,ϕ.

6. ABC משולש, O מרכז המעגל החוסם שלו, ו-P נקודה נוספת במישור. עקבי האנכים מנקודה P לישרי הצלעות של משולש ABC הם U, V, W. מצאו נוסחא עבור S_{UVW} באמצעות R = הרדיוס מעגל החוסם של ABC, $d=OP$, ושטח המשולש המקורי $S=S_{ABC}$ (לא נתון שום גודל נוסף פרט ל- S, R, d).