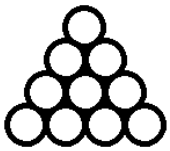
תרגיל 3



1. מספר משולש הוא מספר מסוג $1+2+...+n$ (הדוגמאות הראשונות הן 1, 3, 6, 10, ...).
מה יכולה להיות הספרה האחרונה (הימנית, ברישום עשרוני) של מספר משולש?

2. א. הוכח\י כי אם T מספר משולש, אז $25T+3$ וגם $49T+6$ הם מספרי משולש.
ב. הכלל\י את סעיף א'.
ג. הוכח\י כי בבסיס ספירה 9 המספר 111...111 (באורך כלשהו) הוא משולש.

3. מספר מושלם הוא מספר ששווה לסכום כל המחלקים שלו (חוץ מעצמו). למשל:
$6=1+2+3$, $28=1+2+4+7+14$.
א. הוכח\י כי אם 2^n-1 ראשוני, אז $2^{n-1}\left(2^n-1\right)$ הוא מספר מושלם.
ב**. הוכח\י כי כל מספר מושלם זוגי הוא מסוג $2^{n-1}\left(2^n-1\right)$, כאשר 2^n-1 ראשוני.

4. מצא את כל האפשרויות עבור ספרה אחרונה (הימנית) של מספר מושלם זוגי.

5. הוכח כי כל מספר מושלם זוגי, חוץ מ-6, ניתן להציג בתור סכום חזקות שלישיות של מספרים אי-זוגיים מ-1 ועד $2k+1$ (למשל $28=1^3+3^3$, או $496=1^3+3^3+5^3+7^3$).