תרגיל 20

1. בהינתן $a^3+b^3+c^3=\left(a+b+c\right)^3$, הוכח\י כי $a^{17}+b^{17}+c^{17}=\left(a+b+c\right)^{17}$.

2. בהינתן $a+b+c+d=0$, חשב\י את $\frac{abc+abd+acd+bcd}{a^3+b^3+c^3+d^3}$.

3. נתון פולינום $p\left(x\right)$ עם מקדמים ממשיים מדרגה כלשהי, שיש לו $k>0$ מונומים. הוכח\י של-p יש פחות מ-k שורשים חיוביים.

4. בנה\י פולינום $p\left(x\right)$ מדרגה 5 בעל מדמים שלמים, שהוא אי-פריק מעל $\mathbb{Z}$ ויש לו בדיוק 3 שורשים ממשיים.

5. פרק\י את הפולינומים הבאים לגורמים, שהם פולינומים בעלי מקדמים שלמים אי-פריקים מעל מספרים שלמים (כלומר שאי-אפשר לפרק אף גורם למכפלה של פולינומים בעלי מקדמים שלמים; יש לוודא שכל גורם במכפלה שלך אי-פריק):

א. x^4+x^2+1.

ב. $3x^4+12x^3+19x^2+12x+3$.

ג. $x^4+4x^2+24x+91$.

ד. $x^4+4x^3+13x^2+16x+21$.

ה. x^7+x^2+1.

6. חשב\י את $\left(\cot 1^\circ\right)^2+\left(\cot 2^\circ\right)^2+\left(\cot 3^\circ\right)^2+...+\left(\cot 89^\circ\right)^2$.