<u>תרגיל 2</u>

בכל השאלות של תרגיל זה מרכז המעגל החסום של משולש ABC יסומן I, והמעגל החוסם שלו יסומן ω.

1. המעגלים $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ הם שיקופים של המעגל החוסם ω ביחס לצלעות המשולש ABC. הוכיחו כי $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ נפגשים בנקודה אחת. הוכיחו שהגבהים של ABC גם עוברים דרך נקודה זאת.

2. ABC הוא משולש, AI חותך שנית את ω בנקודה K.
א. הוכיחו כי המשולש KBI הוא שווה שוקיים, והסיקו כי KB = KI = KC.
ב. נסחו והוכיחו טענות דומות, כאשר במקום I יהיה מרכז של מעגל חסום מבחוץ.

3. משולש ABC הוא שווה שוקיים: BC = AC. על הצלע AC קיימות n נקודות שונות $A_1,...,A_n$ ועל הצלע BC קיימות n נקודות שונות $B_1,...,B_n$, עבורן מתקיימים הזהויות: $AB = A_1B = A_1B_1 = A_2B_1 = A_2B_2 = ... = A_{n-1}B_n = A_nB_n = B_nC$ (ז. א. הקו השבור $ABA_1B_1A_2B_2...A_nB_nC$ הוא שווה צלעות).
מצאו את הזווית ACB (התשובה תלויה ב-n).

4. משולש ABC אינו שווה שוקיים. המעגל החסום משיק ל-BC בנקודה D. AI חותך את ω שנית בנקודה M. MD חותך את ω שנית בנקודה P. הוכיחו כי $\sphericalangle API = 90^\circ$.

5. במשולש ABC, הישר AI חותך את ω שנית בנקודה D. תהי E נקודה כלשהי על קשת BDC, ו-F נקודה על הקטע BC, כך ש-$\sphericalangle BAF = \sphericalangle CAE < \frac{1}{2}\sphericalangle BAC$. תהי G האמצע של IF. הוכיחו כי הישרים EI, DG, והמעגל ω נפגשים בנקודה אחת.

6. ABCD מרובע חסום. במשולשים BCD, CDA, DAB, ABC מרכזי המעגלים החסומים הם I_1,I_2,I_3,I_4 ונקודות מפגש הגבהים הם H_1,H_2,H_3,H_4.
א. הוכיחו כי המרובע $H_1H_2H_3H_4$ חופף למרובע ABCD.
ב. הוכיחו כי $I_1I_2I_3I_4$ הוא מלבן.