תרגיל 16

1. בהינתן $a+b+c+d+e=1\ ,a,b,c,d,e\geq 0$

א. הוכח\י כי $ab+bc+cd+de+ea\leq \frac{1}{4}$.

ב. הוכח\י כי $\left(ab+bc+cd+de+ea\right)\left(ac+bd+ce+da+eb\right)\leq \frac{1}{25}$.

2. בהינתן $abc=1\ ,a,b,c>0$

א. הוכח\י כי $\frac{1}{a^2+a+1}+\frac{1}{b^2+b+1}+\frac{1}{c^2+c+1}\geq 1$.

ב. הוכח\י כי $\frac{1}{a^2-a+1}+\frac{1}{b^2-b+1}+\frac{1}{c^2-c+1}\leq 3$.

3. נגדיר סדרה: $x_0=5\ ,\ x_{n+1}=x_n+\frac{1}{x_n}$. הוכח\י כי $45<x_{1000}<45.1$.

4*. בהינתן $a,b,c,d\geq 0\ ,ab+ac+ad+bc+bd+cd=6$.

הוכח\י כי $\frac{1}{1+a^2}+\frac{1}{1+b^2}+\frac{1}{1+c^2}+\frac{1}{1+d^2}\geq 2$.

5*. בהינתן $a,b,c,d>0\ ,a+b+c+d=4$,

הוכח\י כי $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\geq \frac{3}{4}\left(a^2+b^2+c^2+d^2\right)+1$.