# תרגיל 15

**1.** במשולש ABC, נקודה P על BC, ונקודה M היא אמצע AC. נניח כי AP, BM נחתכים בנקודה X. בטא\י את AX / XP ואת BX / XM באמצעות $BP / PC = k$.

**2.** ABCD מרובע קמור, ובו $AB + CD \le BC$. יהיה M אמצע AD. הוכח\י כי הזווית BMC אינה חדה. עבור איזה משולשים הזווית BMC תהיה ישרה?

**3.** נתון משולש ABC. בתוכו נבחרה נקודה K. מנקודה K מורידים אנכים לצלעות המשולש. עקבי האנכים הם P, Q, R על BC, AC, AB בהתאמה. 'P, סימטרית ל-P ביחס לאמצע הצלע BC, באופן דומה מוגדרים 'Q, 'R.
**א.** הוכח\י כי האנכים מ-'P , 'Q , 'R לצלעות BC, AC, AB נפגשים בנקודה אחת. הנקודה הזאת תסומן $f(K)$ (ניתן לבנות $f(K)$ בשיטה שהסברנו לכל נקודה K, כמובן שהעתקה $f$ תלויה בבחירת המשולש ABC).
**ב.** הוכח\י, שלכל שלוש נקודות K, L, M הישר שעובר דרך K ו-$f(K)$, הישר שעובר דרך L ו-$f(L)$, והישר שעובר דרך M ו-$f(M)$ נפגשים בנקודה אחת.

**4.** נתון מרובע חסום ABCD, שאלכסוניו AC, BD נפגשים ב-E והמשכי צלעותיו AD, BC נפגשים ב-F. אמצעי הצלעות AB, CD הם G, H בהתאמה. הוכח כי EF משיק ב-E למעגל שעובר דרך E, G, H בהתאמה.

**5.** ABCDE מחומש קמור בו BC מקביל ל-AE, ובנוסף $AB = BC + AE$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle CDE$. תהיה M אמצע CE, O מרכז המעגל החוסם של BCD. בתנאי שהזווית DMO ישרה, הוכח\י $2\sphericalangle BDA = \sphericalangle CDE$.

**6*.** ABCD מרובע קמור בו $AB \ne BC$. מעגלים חסומים במשולשים ABC, ADC יסומנו $\omega_1$ , $\omega_2$ בהתאמה. נניח שקיים מעגל $\omega$ שמשיק להמשכי קטעים BA, BC מעבר לנקודה A, C בהתאמה, ומשיק גם לישרים CD, AD. הוכח כי המשיקים החיצוניים המשותפים למעגלים $\omega_1$ , $\omega_2$ נפגשים על המעגל $\omega$.