תרגיל 14

1. קודקודי מצולע משוכלל בעל n קודקודים נצבעו בשני צבעים, אדום וכחול. עבור איזה n בהכרח נוצר משולש שווה-שוקיים, שקודקודיו אדומים או כחולים?

2. מלבן $m\times n$ חולק לצורות כמו בציור.

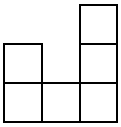


הוכח\י כי mn מתחלק ב-8.

3. עבור איזה ערכים של m,n ניתן לפרק מלבן $m\times n$ לפינות של 4 משבצות, כמו בציור?



4. עבור איזה ערכים של m,n ניתן לפרק מלבן $m\times n$ לצורות קרס של 6 משבצות, כמו בציור?



5. א. משבוצות של לוח אינסופי נצבעו ב-4 צבעים, כך שכל ריבוע 2×2 מכיל משבצות מכל הצבעים. הוכח\י כי יש שורה או עמודה שמכיל רק שני צבעים.

ב. משבוצות של לוח אינסופי נצבעו ב-n^2 צבעים, כך שכל ריבוע $n\times n$ מכיל משבצות מכל הצבעים. נניח בנוסף, שיש שורה שמכילה את כל הצבעים. הוכח\י כי יש עמודה שמכילה רק n צבעים.

6. במרחב נתונות 200 נקודות במצב כללי (אף 4 לא במישור אחד). כל שתי נקודות מחוברות בקטע ישר. הראשון צובע כל קטע באחד מ-K צבעים. לאחר מכן, השני צובע כל נקודה באחד מאותם K הצבעים. אם בסוף המשחק יש קטע שהוא ושני קצותיו צבועים באותו צבע, הראשון מנצח. אם לא, השני מנצח. הוכח שהראשון יכול להבטיח לעצמו ניצחון אם

א. $K = 7$.

ב. $K = 10$.