תרגיל 13

מרדף

1. א. בתוך הים נמצא פושע נקודתי במרחק d מהחוף, שמיקומו ידוע בכל רגע (ים הוא חצי מישור, חוף הוא קו ישר). על החוף נמצא שוטר נקודתי במרחק ℓ מהפושע. הפושע רץ יותר מהר מהשוטר, אבל מהירות השחייה שלו איטית ממהירות הריצה של השוטר. השוטר לא יודע לשחות. עבור איזה יחס בין מהירות השחייה של הפושע למהירות הריצה של השוטר לפושע יש סיכוי להגיע לחוף ולברוח?
ב. נניח שהפושע נמצא במרכז של אגם גדול, מהירות השחייה שלו היא רבע ממהירות הריצה של השוטר. האם הוא יכול להימלט במקרה זה?

2. סירה פיראטית מנסה להתקרב בהפתעה באמצע הלילה לאי נקודתי. על האי יש פנס אבטחה מסתובב, שמעיר קטע באורך קבוע (שמתחיל באי), והוא מסתובב במהירות זוויתית קבועה כך שהקצה הרחוק של הקטע נע במהירות v. מה צריכה להיות המהירות של הסירה, כדי שהיא תצליח להגיע עד לאי עצמו בלי להיחשף על ידי האור של הפנס?

3. ארבעה צבים נקודתיים, ששמותיהם איילה, בני, גילה ודני נמצאים במישור אחד בקודקודי הריבוע שצלעותיו 10 מטר. הם מתחילים לנוע בו-זמנית במהירויות קבועות ושוות: בכל רגע איילה הולכת לכיוון בני, בני הולך לכיוון גילה, גילה לכיוון דני, ודני לכיוון איילה (כל צב מתקדם לכיוון בו נמצא הצב שהוא שואף אליו ברגע נתון). מה המרחק שכל צב יעבור, עד שהוא יגיע לצב שהוא שואף אליו?

4. הכלב רודף אחרי השועל במישור. השועל רץ בקו ישר, והכלב רץ לכיוון שבו הוא רואה את השועל בכל רגע נתון. המהירויות של הכלב והשועל קבועות ושוות, וברגע הראשון של המרדף השועל נמצא בנקודה S והכלב בנקודה K, כאשר אורך של SK הוא L.
א. נניח שברגע ההתחלתי SK מאונך לישר של מסלול השועל. לאיזה מרחק מהשועל יצליח הכלב להגיע במהלך המרדף?
ב. אותה שאלה, אבל נניח שברגע של תחילת המרדף הזווית בין הקרן של מסלול השועל ל-SK היא 60°.

5. א. צפרדע (שהוא קטע באורך f) נמצא על קו ישר, ומתקדם בקפיצות קבועות כל שנייה. מיקום הצפרדע, אורך הקפיצה ו-f אינם ידועים לצייד. בכל שנייה הצייד יורה בנקודה ספציפית של הישר. האם הצייד יכול להבטיח, שתוך זמן סופי הוא יפגע בצפרדע?
ב. אותה שאלה, אבל כרגע הצפרדע הוא עיגול במישור שקוטרו f, שמתקדם כל שנייה בווקטור קבוע, והצייד יורה בנקודות של מישור.